



PEDAGOGICKÁ
FAKULTA
Masarykova univerzita

SETKÁNÍ STUDENTŮ A UČITELŮ MATEMATIKY IX

Učitelé sdílejí své zkušenosti

Irena Budínová (ed.)

Brno 2018



Setkání studentů a učitelů matematiky IX

Učitelé sdílejí své zkušenosti

Irena Budínová (ed.)

Masarykova univerzita

Brno 2018

Všechna práva vyhrazena. Žádná část této elektronické publikace nesmí být reprodukována nebo šířena v papírové, elektronické či jiné podobě bez předchozího písemného souhlasu vykonavatele majetkových práv k dílu, kterého je možné kontaktovat na adrese: Nakladatelství Masarykovy univerzity Munipress, Rybkova 19, 602 00 Brno.

© 2018 Masarykova univerzita

ISBN 978-80-210-8933-4

Obsah

Úvod4

Problematické části učiva matematiky, aneb proč mi nejde matematika.....6

Růžena Blažková

Pořizujeme si bydlení17

Zina Hošková

Moje zkušenosti se žáky se speciálními vzdělávacími potřebami24

Ivana Janoušová

Jak si poradit s žákem s autismem v běžné třídě?.....34

Marcela Lehotská

Neznámá práce s neznámou44

Veronika Svobodová

Úvod

Milé kolegyně, milí kolegové,

již podeváté jsme se setkali na Katedře matematiky Pedagogické fakulty Masarykovy univerzity v rámci semináře, který jsme nazvali *Setkání studentů a učitelů matematiky*. Toto setkání jsme letos zaměřili na sdílení zkušeností mezi učiteli.

Cílem semináře tedy bylo to, aby se učitelé základní školy podělili o své zážitky a zkušenosti z výuky se svými kolegy. Žhavých témat, která učitele v posledních letech pálí, je celá řada. Mnoho z těchto problematických témat je spojeno s inkluzivní výukou, ke které na některých školách již dochází, na jiných se k ní teprve schyluje. Nakonec ani integrace jednoho nebo více žáků se speciálními potřebami mezi běžné žáky nemusí být zcela bez problémů. Proto se dva z článků zabývají právě vzděláváním žáků se speciálními potřebami. Další příspěvek se zabývá problematikou finanční gramotnosti na prvním stupni, se kterou byli žáci seznamováni zajímavým způsobem pomocí projektu. V posledním příspěvku nás autorka seznamuje s tím, jak se žákům 2. stupně ZŠ snaží přiblížit obtížnou problematiku zavádění proměnné či neznámé do výuky matematiky.

Děkujeme všem učitelkám, které našly odvahu a na semináři vystoupily. Doufáme, že do budoucna se nám podaří přesvědčit více učitelů, že se mohou se svými zkušenostmi, které jsou mnohdy přínosné a obohacující, podělit s ostatními.

Seminář proběhl v rámci projektu OP VVV Zvýšení kvality vzdělávání žáků, rozvoje klíčových kompetencí, oblasti vzdělávání a gramotnosti.

Irena Budínová, editorka sborníku

Problematické části učiva matematiky, aneb proč mi nejde matematika

RNDr. Růžena Blažková, CSc., PdF MU, Brno

K zamyšlení nad tím, proč mají někteří žáci v matematice problémy, vyjděme ze dvou citátů Jana Amose Komenského:

- Není zrcadla tak zdrásaného, aby se vypulírovati nedalo, proto raději začněme stokrát znovu, než se jednou vzdát.
- Nad zlato dražší klenot je dítě, ale nad sklo křehčí. Snadno se může ublížiti a škoda odtud nesmírná.

Problémy v matematice mají nejrůznější příčiny. Zpravidla to není absencí předpokladů pro matematiku, neboť neexistuje tzv. matematická slepota. Každý člověk matematiku určitým způsobem nějak využívá, ať v běžném životě nebo ve své profesi. Většinou se děti do školy těší, zpočátku pracují v matematice s nadšením, avšak najednou se to někde zvrtné a vztah k matematice se mění. Kdy nastávají tzv. „zlomy“ ve vztahu k matematice a k jejímu úspěšnému zvládnání?

První zlom zpravidla nastává ve třetím ročníku základní školy. Učivo prvního a druhého ročníku žáci zvládají buď vlastní inteligencí, intuicí, nebo dobrou paměť. Ve třetím ročníku se rozšiřuje číselný obor do tisíce, uvádějí se všechny čtyři operace s přirozenými čísly (sčítání, odčítání, násobení, dělení), písemné sčítání a odčítání, vyžaduje se pochopení významu operací vzhledem k jejich využití ve složených slovních úlohách. To je pro některé žáky příliš mnoho učiva, a pokud není učivo dobře zvládnuto s porozuměním v předchozích dvou ročnících, nastávají problémy. Tato situace se neobjevují jen v matematice, ale i v českém jazyce, a pro žáky je obtížně zvládnutelný problém tolika učiva najednou.

Druhý zlom můžeme pozorovat v ročníku sedmém, kdy se k přirozeným a desetinným číslům přidávají zlomky¹ a záporná čísla. Práce se zlomkem a se znaménkem u čísla je pro žáky náročná, je to pro ně příliš mnoho starostí. Navíc je potřeba, aby učivo bylo možné využít v dalších, navazujících tématech (např. dělitelnost, procenta, poměr) a v nových situacích ve slovních úlohách. To je pro některé žáky příliš mnoho požadavků, zejména když se neustále objevují nedostatky z dříve probíraného učiva.

¹ Zlomky se začínají probírat již na 1. stupni, avšak zatím pouze jako část celku. V 7. ročníku má být zlomek začít chápán jako číslo, žák se učí provádět operace se zlomky a to je učivo velmi náročné.

Kde vidí příčiny problémů hlavní účastníci vzdělávání (žáci, učitelé, rodiče)? Z anonymních rozhovorů a šetření se objevují nejčastěji tyto subjektivní pohledy:

Pohled žáků:

- Učitel neumí vysvětlit učivo, jeho výuka je nezáživná.
- Učitel je netrpělivý, rychlý, neposkytne dostatek času k přemýšlení.
- Učí jen pro ty, kterým to jde.
- Učitel uznává jen své postupy, avšak mé, i když jsou správné, neuznává.
- Nejsem na matematiku, neumím přidat na tempu v rytmu ostatních.
- Matematikou mě vystrašili, teď se jí bojím.
- Matematika mně nejde, protože mě nebaví. Proč mě nebaví? Protože mně nejde. Je to začarovaný kruh.
- Udělal jsem tolik práce a jen malá chybička zkazila celý výsledek.
- Rozhodující je učitel. Když vidím, že učitel tomu, co učí, rozumí a dokáže své vědomosti předat, zaujmout a motivovat žáky k učení, pak není problém.

Hlavní příčiny neúspěchu vidí žáci v učitelích, jen malá část připisuje neúspěch své osobě.

Pohled učitelů:

- Žáci jsou nepozorní, neumí se koncentrovat, jsou hyperaktivní nebo naopak hypoaktivní.
- Neučí se, nepochvívají učivo.
- Nic nechápou, chovají se jako tupí (i když nejsou), nic si nepamatují.
- Nechtějí přemýšlet, nevnímají.
- Nemají zájem.
- Dělají jen to, co je baví.
- Umí pracovat jen podle vzoru, na nic sami nepřijdou.
- Když se jim nedaří, utíkají od problému.

Pohled rodičů:

- Neustále se s ní – s ním učím a výsledky žádné.
- Nemám s ní – s ním trpělivost, když neustále něco nechápe.
- Má se to naučit ve škole, doma není čas.
- Učitel – učitelka neumí naučit
- Rezignace – v naší rodině nikdo na matematiku nebyl a není.

Objektivní příčiny malého úspěchu žáků v matematice lze spatřovat jednak v některých předpokladech žáků, ve výukových stylech učitelů i v matematice samotné.

U žáků se mohou projevit příčiny v úrovni rozumových schopností, ve specifických poruchách učení, v deficitech dílčích funkcí matematických schopností, psychických problémech, volních a charakterových vlastnostech.

Výukový styl učitele je spojen s jeho osobností a odbornými, pedagogickými a psychologickými znalostmi. Pro většinu žáků může být styl výuky výborný, avšak pro některé jedince nevhodný.

Vliv matematiky závisí na specifičnosti tohoto předmětu oproti předmětům ostatním. Matematika pracuje s abstraktními pojmy a vždy při budování každého pojmu musí u žáků k abstrakci dojít (od pojmu přirozené číslo, racionální číslo, geometrické pojmy atd.). Matematika je pro žáky dalším zvláštním jazykem. Má svá „slovíčka“ (čísla, symboly, pojmy), má svou „gramatiku“ (pravidla, věty, poučky). Zvládnutí prvků vyšší úrovně předpokládá zvládnutí prvků nižší úrovně, žáci využívají zvládnutého učiva v nových, vyšších úrovních a v nových situacích. Žáci by měli mít jasnou představu o pojmech, které se učí a snažit se přijít věcem „na kloub“. Bezmyšlenkové učení z paměti bez porozumění nevede k cíli. Každý předmět, který vyžaduje porozumění, je náročný. Matematika vyžaduje chápat souvislosti a postupné budování systému.

Je možné přispět ke zlepšení situace (mimo jiné)? A čím?

- Ujasněním cílů výuky

Je třeba sledovat, jaký je profil absolventa příslušného stupně ZŠ, jaké jsou očekávané výstupy a kompetence. Co je základem, který by měl mít každý žák po absolvování příslušného stupně školy, aby mohl pokračovat v dalším studiu, případně v praktickém životě. Nevychováváme jen matematiky, ale lidi, kteří by se měli orientovat ve světě a v běžném životě tak, aby byli schopni zajistit své životní potřeby, orientovali se ve světě financí a uměli využívat matematiku a její metody práce ve své profesi. Matematika poskytuje postupný trénink myšlení, a to je velmi dobrý nástroj ke studiu čehokoliv.

- Respektováním „výhod“ matematiky

V matematice nemusíme spoléhat pouze na paměť, ale všechno učivo si můžeme odvodit. Avšak nějaké základní poznatky by měly v hlavě být, jednak abychom měli o čem přemýšlet, jednak aby nás to nezdržovalo. Matematické učivo má mnoho aplikací, je vhodné ilustrovat situace, kde můžeme učivo využít a kde je možné vidět souvislosti. Avšak bez poctivé práce se matematice nelze naučit. Zkušenosti žáků ukazují, že když např. vypočítají více příkladů, získají více zkušeností, hlouběji proniknou do zkoumané problematiky a učí se také pracovitosti a trpělivosti.

- Účelnou prací s chybami

Chyby mohou být zdrojem frustrace, ale můžeme je využít i jako didaktického nástroje. Známa přísloví říkají, že chybami se člověk učí, nebo chybovatí lidské jest. Chyby žáků umožní učiteli poznat, jak daleko jsou žáci ve vývoji matematického myšlení a v rozvoji matematických schopností, jaký mají o matematice obraz a jakých strategií žáci využívají. Také mu umožňují poznat, zda a jak určitou část učiva žáci pochopili. Poskytují reflexi pro učitelovu práci. Pro funkční práci s chybami je třeba rozlišovat zdroje chyb.

Čím mohou být chyby způsobeny?

- Specifickými poruchami učení, různými dysfunkcemi.
- Typem vnímání.
- Typem paměti.
- Nepochopením pojmů.
- Nezvládnutím základních spojů operací a algoritmů.
- Bezradností, tápáním.
- Nepozorností, neschopností se koncentrovat.
- Nedostatkem podnětů k práci.
- Volními vlastnostmi (lajdáctví, nezáměr, pohodlnost).
- Setrváváním v začarovaném kruhu.

Účelná práce s chybou, kdy žáci jsou schopni sami chybu vyhledat, analyzovat a napravit, je jednou z cest, kdy žáci aktivně přistupují ke zvládnutí učiva.

Pouhé formální škrtnání nesprávných výsledků, bez rozboru chyby a hledání její příčiny, je pro žáky frustrující a nápravě nic nepřináší. Žáci uvítají přímou komunikaci s učitelem a ujištění, že je tu cesta k nápravě.

Výuka pro žáka, nejen pro třídu jako celek

V současné době jsou ve třídách žáci s nejrůznějšími vzdělávacími potřebami – od žáků mimořádně nadaných k žákům se specifickými poruchami učení, chování, a různým postižením. Role učitele se výrazně změnila v tom smyslu, že má vzdělávat každého žáka na takové úrovni, které je schopen. Je to náročné jak z hlediska přípravy na vyučovací hodinu, tak při realizaci vlastního vyučovacího procesu. Navíc významnou roli hraje počet žáků ve třídě, přítomnost či nepřítomnost asistenta apod. Větší role je kladena na samostatnou práci žáků, zpravidla prostřednictvím pracovních listů různé náročnosti. I když žáci pracují samostatně, mají potřebu s učitelem o svém řešení pohovořit.

Respektování pravidel pro práci se žáky

Z pohledu pocitů žáků je třeba zamyslet se nad jejich vyjádřeními:

- Nebuďte naštvaní, když nám něco nejde, když se nám něco nepodaří, chybami se člověk učí.

- Nespěchejte na nás, učení chce čas.
- Unavit se, je úplně normální. Také nevydržíte 6 hodin plné koncentrace.
- Neopravujte nás pořád, chce se nám od toho utéct a nevrátit se k tomu.
- Nelámejte nad námi hůl. Neočekávejte jen neúspěchy.
- Občas nás pochvalte, i dospělému člověku udělá radost, když ho někdo pochválí.
- Rádi bychom se při učení více smáli.

Obecná pravidla, která napomáhají úspěchu:

- Zájem o obor.
- Cílevědomost, snaha dokázat to sám/sama.
- Pilnost, pracovitost.
- Radost z úspěchu.
- Nebát se uplatnit své nápady, přiměřené sebevědomí.
- Nenechat se odradit neúspěchem.
- Vytvářet si systém, umět vyhledávat souvislosti a aplikace.
- Nemít přehnané nároky.

Jaké metody a formy práce ve vyučování matematice využívat:

Více preferovat konstruktivistické přístupy před transmisivními a instruktivními. Výuka prostřednictvím zážitků, dramatizace. Využívat metody týmové spolupráce, skupinové práce, ve které má každý žák

určitou roli, realizovat projekty. Účelně využívat vhodných počítačových programů a moderních technologií. Příklady volit z blízkého okolí žáků, využívat „selský rozum“, postřeh, vhled. Vhodné je pěstovat hbitost v počítání, usnadní to další učivo a poskytuje vhled do číselných oborů.

Závěrem lze říci, že podstatnou část úspěchů žáků v matematice ovlivní učitel. Pokud je dokáže vhodně motivovat k práci, má jasnou představu o podstatě matematického učiva a volí vhodné metody práce, které střídá podle učiva i potřeb žáků, má rád svoji práci i svoje žáky, má reálné předpoklady k úspěšnému pedagogickému působení. Dobrý učitel naučí matematiku podle kterékoliv metody i učebnic, jiný učitel, ať má jakoukoliv metodu či učebnice, nenaučí nic. Výuka matematiky je především přemýšlení o matematice a o dětech. Žáci nemají rádi stereotypy, ale těší se na každou hodinu, které přinese nějaké překvapení.

Uvedme náměty motivačních úloh k zamýšlení:

1. Šly husy v řadě jedna za druhou. Kolik jich bylo?
2. Byli u nás na návštěvě dva otcové a dva synové, ale byli jen tři. Jak je to možné?
3. U nás byly tři dcery a tři matky, celkem byly čtyři. Jak je to možné?

4. František říká: Mám jednoho bratra a dvě sestry. Jeho sestra Lidka říká: Mám dva bratry a jednu sestru. Kolik dětí je v této rodině?
5. Eliška: Mám stejně bratrů jako sester. Její bratr Pavel: Mám třikrát tolik sester jako bratrů. Kolik dětí je v této rodině?
6. Je potřeba opéct 3 steaky po obou stranách na pánvi. Na pánev se vejdou jen dva. Každá strana se opéká 4 minuty. Jak to udělat, aby doba opékání všech steaků byla kratší než 15 minut?
7. Andělka má zaplatit Petře 27 korun a má jen samé pětikoruny. Petra má jen samé dvoukoruny. Mohou to nějak vyřešit, aby částka byla zaplacená?
8. Když si koupím jednu čokoládu, zbydou mi 2 Kč. Kdybych si chtěl koupit dvě čokolády, bude mi 6 Kč chybět. Kolik mám Kč a kolik Kč stojí čokoláda?
9. Za každé písmeno запиšte jednociferné číslo, aby platilo:

$$M \cdot A = T - E = M : A = T : I = K - A$$
10. Máme 9 mincí, jedna z nich je falešná, lehčí než ostatní. Jak můžeme pomocí dvojího vážení na rovnoramenných vahách (bez závaží) určit, která to je?

Požijeme si bydlení

PaedDr. Zina Hošková, ZŠ Jana Babáka, Brno

(Pracovní listy vznikly v rámci projektu OP VVV Zvýšení kvality vzdělávání žáků, rozvoje klíčových kompetencí, oblasti vzdělávání a gramotnosti.)

Hodina matematiky, realizovaná ve 4. ročníku, pracovní nazvaná „Požijeme si bydlení“, je zaměřena na finanční gramotnost a počítání s velkými čísly. Při jejím vzniku jsem kladla důraz spíše na diskuzi dětí než na počtářské výkony. Žáci se měli seznámit s rodinným rozpočtem a zamyslet se, zda by mohli ušetřit tolik, aby si mohli dovolit splácet hypotéku.

Abych si vyzkoušela, jak budou zadané úkoly zvládat časově, připravila jsem pro pilotáž zjednodušený pracovní list. Na něm měli všichni stanovený příjem rodiny a z tabulky si mohli vypočítat rodinné výdaje. Částky byly předem stanoveny podle určitých reálných možností.

Vypočítej celkový měsíční příjem rodiny:

Plat – otec: 20 564 Kč

Plat – matka: 17 653 Kč

Celkový příjem:

Měsíční výdaje rodiny:

Nájem	Energie	Hospodření	Plyn	Dovolená	Rozhlas, televize	Telefon, internet	Pojištění	Kultura	Kroužky, škola	Provoz auta
10 000	1000	16 000	300	800	170	950	250	700	500	600

Měsíční výdaje celkem:

Každý měsíc můžeme uspořit:

Po výpočtu si vybírali nejvýhodnější možnost splácení hypotéky, s ohledem na to, kolik si mohli dovolit splácet. Podle vyjádření paní učitelky, která pilotáž prováděla, vše stihli zhruba za třicet minut a zbyl i čas na diskuzi.

Hodnocení paní učitelky

Žáci po celou vyučovací hodinu soustředěně pracovali. Živě mezi sebou diskutovali a vymýšleli, která půjčka je pro ně nejvýhodnější. Většina dětí byla překvapena, jaké platby musí domácnost každý měsíc provádět a o jakou sumu z čistého rodinného rozpočtu rodina přichází. Žáci byli zprvu tedy sice překvapeni, že si rodina s měsíčním příjmem cca 40 000 Kč musí na koupi bytu vzít půjčku. Jakmile však spočítali všechny měsíční výdaje, začali přemýšlet nad tím, na čem by se dalo ušetřit, aby si půjčku vůbec brát nemuseli. Většina žáků si nakonec zvolila nejvýhodnější půjčku, která v nabídce byla. Objevily se však páry, které navrhly své vlastní řešení.

Návrhy žáků

„Byt nekupovat, požádat své rodiče o možnost dočasného bydlení v jejich bytě a šetřit tak dlouho, až bude našetřena plná suma.“

„Půjčit si v rodině peníze bez úroku.“

„Jít do pronájmu.“

„Vykrást banku.“

Ostré testování

Pro ostré testování byly úkoly ztíženy. Děti se rozdělily do fiktivních rodin a žáci představující rodiče si losovali povolání. Vybrala jsem středně příjmová povolání a to tak, aby při každé kombinaci rodina aspoň na nejnižší hypotéku dosáhla. Do úvodního listu si děti zapsaly povolání, spočítaly si příjem rodiny a opět musely sečíst rodinné výdaje.

Poté dostaly skupiny další dva listy. Na jednom byla nabídka tří bytů zpracovaná ze skutečné nabídky realitních kanceláří, na druhém tabulky s nabídkou hypoték, které byly nastaveny přímo k nabízeným bytům. Při tvorbě těchto materiálů jsem pracovala s informacemi z internetu, které jsem zjednodušila a převedla na reálné počtářské možnosti dětí. Po výběru hypotéky, dostali žáci poslední list, na kterém byly otázky k zamyšlení. Rychlejší skupiny odpovídaly písemně, pomalejší ústně v rámci diskuze.

Diskuze, která nastala po splnění všech úkolů, byla velmi zajímavá. Překvapilo mě, nad čím vším děti při výběru bytů přemýšlely. I když musely pracovat s finanční dostupností, zohledňovaly i velikost, vybavení bytu a jeho okolí. Jedna skupina řekla, že si raději koupí větší byt a bude více splácet, než aby ho později musela měnit za větší.

Děti se vyjadřovaly i k tomu, za co a jak mohou ušetřit. Všichni se shodli, že i při splácení by měli mít finanční rezervu na nečekané výdaje. V odpovědích ohledně možnosti šetření se objevovala možnost úspor za hospodaření, jídlo a dovolenou. Všechny děti se shodly, že hodina je bavila, překvapilo je, jak vysoké jsou výdaje za domácnost a kolik stojí byt. Někteří prohlásili, že si myslí, že tolik peněz asi nikdy neušetří.

Z ostrého testování vzešly dvě možnosti vylepšení – nechat žáky počítat na kalkulátorech – aby zbylo více času na diskuzi a ještě více se věnovat úvodnímu vysvětlování úkolů.

Ukázka vyplněných pracovních listů:

Pořizujeme si bydlení

Rozpočtový list rodiny: Rundurovi

Jako rodina jste se rozhodli pořídit si nový byt. Díky stavebnímu spoření už jste si naspořili 1 200 00Kč. Na zbytek si musíte vzít půjčku - hypotéku. Zamyslete se, kterou z nabídek bydlení si vyberete, jakou hypotékou si můžete vzít, aby pro vás byla výhodná a zvládli jste jí splácet.

Mějte na paměti:

Nikdy nesmíte utratit víc peněz, než vyděláte.

Půjčku budete splácet z peněz, které po zaplacení nutných výdajů zůstanou v položce ušetřeno.

Otec: Pedro Rundurovi povolání: učitel

Matka: Anna Rundurovi povolání: učitelka

Syn: David Rundurovi

Vypočítej celkový měsíční příjem rodiny:

plat otec: 22 354

plat matka: 23 177

celkový příjem: 45 531

Měsíční výdaje:

Nájem	energie	Hospodaření	plyn	dovolená	Rozhlas televize	Telefon internet	pojištění	kultura	Kroužky škola	Provoz auta
10 000	1000	16 000	300	800	170	950	250	700	500	600

Měsíční výdaje celkem:

30 270 Každý měsíc můžeme uspořit: 15 261

Ke koupi jsme si vybrali byt: 3+1 velký

Cena bytu: 4 390 000

Pro splácení si vezmeme hypotéku

budeme splácet 13 500 Kč měsíčně po dobu 25 let

(půjčenou částku přeplatíme o 861 800)

Zamysli se nad následujícími otázkami:

Na kterých rodinných výdajích bys mohl ušetřit?

.....

 hospodářství, dovolená

Budeš mít možnost něco ušetřit?

.....

 Ano, 859 Kč, není to moc, ale má opravu nějakého spotřebiče

Budeš-li splácet hypotéku zbude ti na dovolenou?

.....

 Ano, něco málo

Jak můžeš ušetřit za dovolenou?

.....

 Je mňajedna do ciziny, ale třeba pojedeme na chalupu

Je potřeba mít nějaké peníze na nečekané výdaje?

.....

 Ano, třeba na narozeniny

Závisí nějak na době splácní půjčky a částka, o kterou ji přeplatíme? Jak?

.....

 Ne, moc ne

Je výhodné splácet půjčku delší nebo kratší dobu?

.....

 Je lepší si koupit lepší byt a splácet ho delší dobu než horší a splácet ho kratší dobu

Moje zkušenosti se žáky se speciálními vzdělávacími potřebami

PaedDr. Ivana Janoušová, ZŠ a MŠ Dolní Rožínka

Za svoji již poměrně dlouhou praxi učitelky 1. stupně jsem se setkala s velmi zajímavými žáky, kteří nezapadali do středního proudu a adekvátně se jim věnovat vyžadovalo velkou dávku trpělivosti a energie. S nejzajímavějšími žáky své kariéry vás seznámím.

Ivetka: Ivetku jsem začala učit ve 2. ročníku jakožto začínající učitelka. Ivetka dělala stále chyby v českém jazyce, dostávala pětky. Při páté pětce se rozbrečela, což mi přišlo divné – čtyři nebo pět pětetek, to už přece není rozdíl. Ivetka prozradila, že její maminka řekla, že jestli donese ještě jednu pětku, odejde od nich. Na třídní schůzky přišel otec, ptala jsem se ho, co to má znamenat. Odpověděl, že matka je již zcela vyřízená, že se s ní pořád učí a dcera má stále pětky. Tenkrát jsem se zamyslela, nač je mi červený diplom z VŠ, když nepoznám, že se žačka tolik učí. Dnes už vím, že Ivetka měla určitě dyslexii. Ivetce je dnes 34 let a žije spokojený život.

Ondřej: V listopadu v 1. třídě byl pro nezralost odeslán zpět do mateřské školy. Jeho původní mateřská škola ho však nechtěla, šel tedy do jiné. Změna mateřské školy mu pomohla. Po opakovaném nástupu do 1. třídy nastalo u Ondřeje zlepšení pozornosti, samostatnosti, rozumových i volných schopností. S potížemi absolvoval 3. ročník, poté přešel do speciální školy, kde byl úspěšný a spokojený. Vyučil se zahradníkem. Dnes je mu 28 let.

Monika: Monika měla diagnózu selektivní mutismus, což se projevovalo tím, že se mnou nedokázala komunikovat. Musela jsem s ní komunikovat prostřednictvím její kamarádky. V matematice měla představu čísla utvořenou, řeč čísel respektovala, její výkony byly průměrné. Problémy měla s výukou čtení. Doma normálně četla, ve škole to nedokázala. Rodiče z toho důvodu pořizovali nahrávky toho, jak Monika čte. V 2. pololetí se mi podařilo Moniku přemluvit na šepotné čtení.

Monika absolvovala ZŠ s průměrným prospěchem, s učiteli s ostychem komunikovala. Na 2. stupni se Monika účastnila recitační soutěže. Vyučila se kuchařkou, dnes je jí 21 let.

Pavel: Pavel byl slabší žák, jeho ambiciózní matka však požadovala výkony, na které neměl dostatek schopností. Stal se z něj žák neurotický, plačtivý, nejistý, avšak velmi houževnatý. Pomáhalo mu předurčování – „zítra budeme počítat tento příklad,“ apod.

Matka se chlapci věnovala, ale před chlapcem snižovala autoritu školy. Vystudoval učební obor na zemědělském učilišti, dnes je mu 21 let, je spokojený zemědělec.

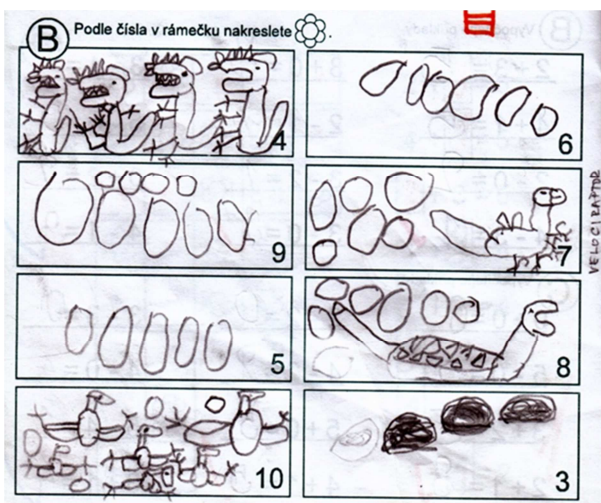
Filip: Filip chodil do stejné třídy jako Monika a Pavel. Byl v péči pedagogicko-psychologické poradny pro ADHD. Ve skutečnosti byl ale nevychovaný a nevychovávaný, agresivní, ohrožující bezpečnost dětí. Pro korekci chování bylo nutno jednat s oběma rodiči současně, aby se jeden nevymlouval na druhého, že je to důsledek jeho špatné výchovy.

Práci, která ho zaujala, potřeboval za každou cenu dodělat (ořezávání pastelek, důkladné vybarvení obrázku atd.) – pokud nemohl tuto svoji potřebu realizovat, došlo k agresi. Osvědčilo se předem ho upozornit na úskalí – budeme hrát hru, možná nevyhraješ – zvládneš to nebo raději nebudeš hrát?

Výkony v matematice i ostatních předmětech byly ovlivněny slabou vůlí. Byla nutná stálá motivace, a to především pozitivní (vytváření situací vedoucích k pochvale).

Vyučil se zedníkem, dnes je mu 21 let.

Vojtěch: Vojtěch byl žák uzavřený ve svém světě, velmi nesoustředěný. Bylo nutné najít společné téma, a tím se stali dinosauři. Veškerá komunikace probíhala přes dinosaury. Když měl kreslit předměty, kreslil dinosaury nebo jejich vajíčka. Nosil si tři dýně (vajíčka), když nechtěl spolupracovat, tak jsem mu pohrozila, že dám vajíčka na skříň a ona mu tam zastydnou. Později se u něj projevil zájem o historii.



Obr. 1. Počet prvků - žák zakresluje dinosaury nebo vajíčka

Aktuálně je v 9. třídě, známka z matematiky je dostatečná. Je citlivý, neprůbojný, uzavřený do sebe.

Miroslav: Miroslav byl integrovaný žák s diagnózou vývojová dysfázie. Byl mu doporučen odklad, ten nebyl rodiči akceptován (má ve třídě bratrance, je velký vzrůstem). Dle vyšetření v SPC „rozumové předpoklady před nástupem do 1. třídy se pohybovaly v rozmezí průměru a podprůměru, přetrvávala značná nezralost v oblasti grafomotorické, percepční a pracovně-volní“, neměl nárok na asistenta.

První tři měsíce chodila do školy maminka. Žák měl velmi těžké komunikační problémy – komunikoval pouze jedno- až dvouslovně s projevy velmi těžkých výslovnostních vad, matematické představy nerozvinuty; nedokázal vyjmenovat číselnou řadu ani do tří, jeho matematické chápání se pohybovalo v rozmezí pojmů „jeden prvek“ a „hodně“. Nedokázal se naučit ani vyjmenovat řadu do pěti. Dennodenně jsem s ním zůstávala po škole, hrála s ním početní hru, zlepšení nepřicházelo. V pololetí byla besídka – Titanik, žáci měli z Titaniku přesednout do záchranného člunu. Miroslav počítal do 10, za tu dobu měli žáci vypočítat příklad a nasednout do člunu se správným výsledkem. Miroslav napočítal do 10 tak rychle, že to žáci nestihli. To byl zlom, od této chvíle se zlepšoval.

V pololetí 1. třídy nastala změna – začal učivo postupně vstřebávat. Výborně se naučil pracovat s nabízenými pomůckami – číselná osa, krejčovský metr, tabulka násobení (v ČJ přehled vyjmenovaných slov, slovních

druhů). Byl velmi praktický a zorientovaný ve třídě – dokázal využít nabízených možností (údaje z kalendáře, výstavky, mapy apod.). Byl velmi praktický i pro život – klíče, úklid, ... U dětí měl respekt pro svoje praktické schopnosti.

Od 5. třídy dostal asistentku pedagoga.

Nyní je v 6. třídě; žák je integrovaný, postupuje pomalejším tempem, nutný individuální přístup. Motivace je složitější, je obtížné ho získat pro plnění úkolů, které by ho posouvaly vpřed. Vynikající spolupráce s maminkou – dohlíží, umí motivovat, obětavě se s ním učí.

Damián: Při zápisu do 1. třídy celkově mentálně nezralý, chudá slovní zásoba, špatná výslovnost, nerozvinuté předmatematické představy, plachý; silné brýle. Z vyšetření v PPP byl doporučen odklad, neakceptován.

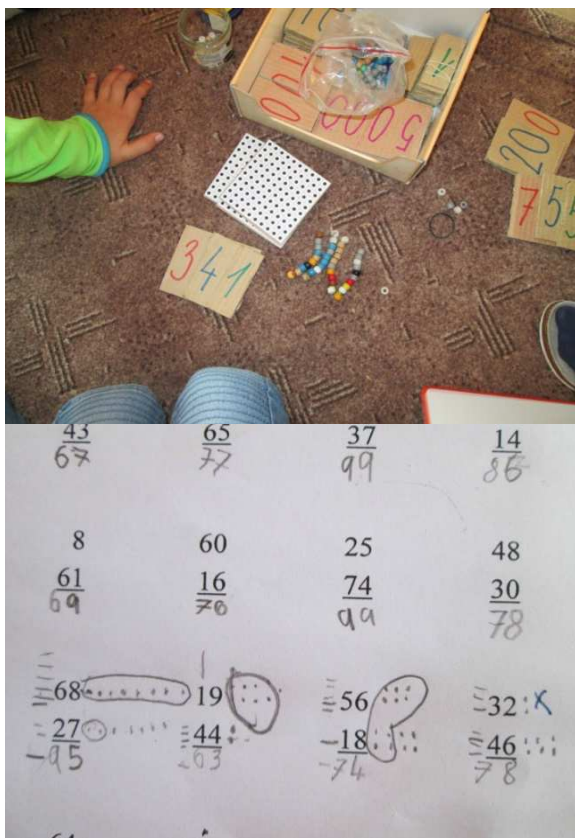
1. a 2. třída: potíže s jemnou motorikou, obtíže činí jednoduchá kresba; čtení a psaní v normě, problém vyjádřit svůj názor, reprodukovat obsah přečteného, ale i předčítaného textu. V matematice měl velké problémy – nerozvinuté matematické představy.

V matematice byly využívány pomůcky pro numerické počítání: číselná osa nalepená na lavici, krejčovský metr, počítadlo – pouze pro sčítání a odčítání desítek (jinak pro

něj bylo nepřehledné), papírové peníze jako pomůcka se ukázaly jako nepoužitelné.

Nyní je ve 3. třídě. Do školy chodí rád, pokud ho nečekají nějaké změny (suplující učitel, ohlášená písemná práce). V nových situacích je pasivní až plachý, v aktivitách; ve kterých je úspěšný, se prosazuje. Má malé sebevědomí. Nápadné nedostatky v pozorování, vnímání a chápání dějů v přírodě – život zvířat, rostlin; roční období.

V matematice se projevuje malá samostatnost v myšlení, potřeba názoru, manipulace, modelování. S pomocí žáků jsme vyrobili Montessori pomůcku Banka (obr. 2), projevuje se zlepšení v představě čísla. Znázornění čísla na číselné ose žák zvládá (důsledek práce s otcem na stavbě – vyměřování). Násobení a dělení provádí s drobnými chybami – využívá pamětné znalosti řad násobků. Sčítání a odčítání dvojciferných čísel začal zvládat až po osvojení si algoritmu písemného sčítání a odčítání; s úspěchem využívá prsty.



Obr. 2. Využívání vyrobené pomůcky Banka

Nechápe spojitost prováděných matematických operací s konkrétními životními situacemi. Má pomalé tempo osvojování nového učiva. Malá schopnost zobecňování, nedostatek logického myšlení, neschopnost analyzovat problém. Nutný individuální přístup, denně speciální DÚ na procvičování učiva, osvědčuje se předurčování.

Jak k žákovi přistupovat

- najít společnou řeč
- trpělivý, laskavý přístup
- pozitivní motivace – pochvala, povzbuzení, víra v úspěch
- postup malými krůčky
- přiměřené úkoly, při jejichž řešení má žák šanci na úspěch
- vše má svůj čas – hledat správný okamžik, „nelámat hůl“
- hledat metody, formy práce; vhodné pomůcky
- posoudit, co je v učivu podstatné a co ne – odbourávat stres učitele i žáka
- posilovat sebevědomí, současně vést k objektivnímu sebehodnocení

Spolupráce s rodiči

- najít společnou řeč, táhnout za jeden provaz – musí cítit, že žákovi i jim chceme pomoci
- trpělivost
- pozitivní motivace

- respektovat a smířit se s možnostmi spolupráce
- vyjadřovat, že si vážíme jejich práce
- vyjadřovat radost z úspěchu
- chválit (rodiče)

Místo žáka v kolektivu dětí

- učitel musí pomoci vytvořit žákovi jasnou pozici – „jsi dobrý v ...“
- nevystavovat srovnání – spolužáci chápou každý malý pokrok
- vyhledávat možnost práce ve dvojici
- nechávat vysvětlit učivo spolužákem („jiná“ řeč) – velmi pozitivní dopad i pro žáka v roli učitele
- při skupinové práci myslet na vytvoření role pro daného žáka (pozorovatel)

Jak si poradit s žákem s autismem v běžné třídě?

Mgr. Marcela Lehotská, ZŠ Milénova

Letos jsem se stala poprvé třídní učitelkou. Ve své třídě mám kluka s autismem, budu ho v celém dokumentu jmenovat Honzou, aby se z něj stal konkrétní kluk, a nejen fiktivní postava. Honzovi je 11 let, diagnózy střídá po celou dobu školní docházky. Momentálně jsme u jeho čtvrté, která je rysy dětského autismu. Přestoupil na druhý stupeň se svými spolužáky, ti s ním chodí všech pět let studia, já ho znám pouze tři měsíce. Jeho hlavní projev je, že nemluví. Na otázku spíš něco ukáže, než že by slovně odpověděl. A velice se usmívá. Takže neustále vypadá, že je vše v pořádku.

Výuka

Honza má ve vyšetření doporučenou asistenci na 30 hodin, což je v 6. třídě skoro plný počet hodin. Na první stupni měl pouze slovní hodnocení, po domluvě s maminkou jsme od toho částečně ustoupili. Do trojky ho známujeme číslicí a horší známky popisujeme slovně. Zatím to tak funguje a po prvním čtvrtletí to

vypadá, že s tím budeme moci pokračovat i nadále, i když ještě se více ukáže po vysvědčení.

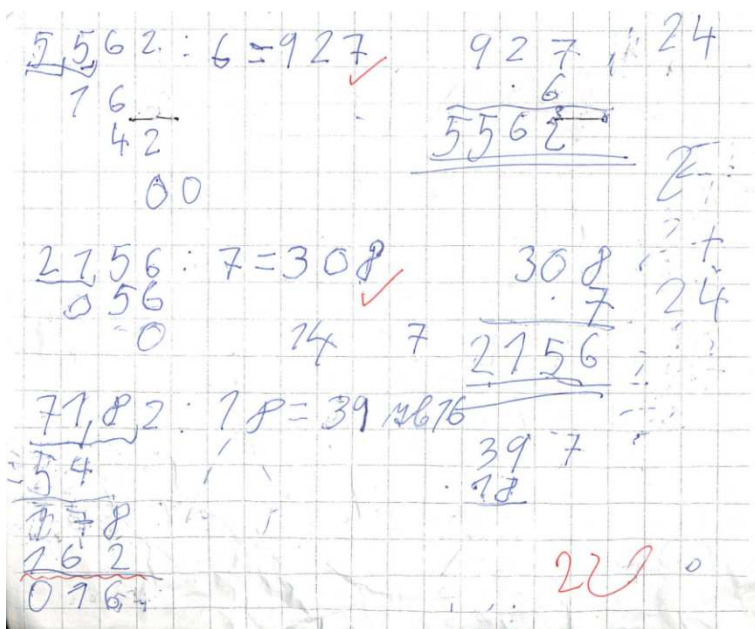
Nejvíce práce je při úpravě materiálů do výuky. Vše potřebuje velikostí písma 22, což je o hodně větší než naše klasická písma. V matematice používám hodně materiálů, k doplnění s učebnicí, proto to je denní příprava navíc. Tato úprava není pro zhoršenou zrakovou schopnost, ale pro jeho lepší orientaci v textu.

Dvojciferné dělení a vyrovnání se záchvaty

V polovině října přišel první Honzův záchvat nejspíše vzteku. V matematice nemíval problém, jen mu moc nešlo dělení dvojciferným dělitelem. Na to neměl funkční algoritmus. Píšeme v hodině desetiminutové písemky a tam přišel zásek. Nechtěl mi ji odevzdat v celé hodině. Po zvonění, jsem mu zkusila vzít písemku už pomocí autority, v tu chvíli zmačkal papír a vyhodil do koše, z lavice shodil svoje sešity a začal usedavě plakat. Odvedla jsem ho ze třídy a naštěstí byla velká přestávka, proto jsme měli 20 minut čas na uklidnění, což se nám i povedlo. Fungovalo klidným a vyrovnaným hlasem odvádět pozornost na něco úplně jiného a procházet se ve dvou po chodbě prvního stupně z jednoho konce na druhý. Po zbytek dne už byl klidný.

Písemku s velkou pomocí paní asistentky vyndal z koše a donesl mi ji (obr. 3). Je na něm vidět, že je zmačkaný.

Doteď dvojciferné dělení neumí, dostává na něj kalkulačku a jen občas, když vidím, že má dobrý den, mu zkusím dát příklad bez ní.



Obr. 3. Zmačkaný papír se dvěma správnými výpočty a jedním, který spustil vztek

Mám velkou potřebu ho co nejvíce držet bez „záchvatů“. Stopují ho v učení, nedokáže se soustředit na nic jiného než na to, co nedokáže v tu chvíli vyřešit. Když vidím, že na něj jde podobný stav, hned v hodině se ho snažím

rychle převést na něco dalšího. Písemky už vždy dostává rozstříhané, a když dokončí jeden příklad, odevzdá ho a vezme si druhý. Příklady mu seřazují podle toho, co mu jde a až nakonec dostává ty, které mu spíše nepůjdou.

Pořadí početních operací

I když obecně počítání s operacemi velmi dobře zvládá s pomocí tabulky násobků, pořadí početních operací Honzovi dělá problém. Na obr. 4 jde vidět, že neví, co si s příkladem počít.

① $9 \cdot 3 + 12 : 4 = 27153$
 $= 27 + 3$

② $5 \cdot (6 + 3) : 3 = 30 : 3 = 3$

Obr. 4. Pořadí početních operací, chybné řešení

V prvním příkladu všechny operace provedl: $9 \cdot 3$; $3 + 12$; $12 : 4$, výsledky (27, 15, 3) nadepsal nad každou z nich a to pro něj potom byl celkový výsledek 27153. Ve druhém příkladu pak nevychází $5 \cdot 9$, proto nejspíše 9 prohodil za 6 a pak mu příklad vyšel. Celkově příklady řešit neuměl.

Posun

Našli jsme společně způsob, jak příklady vyřešit. Je nutné psát výsledky přímo pod danou operaci. K tomu, aby se vyznal v příkladu, ještě potřebuje pomocné řádky, které si buď nakreslí s asistentkou, nebo mu je do písemky rovnou vkládám. S takovou pomocí se naučil řešit všechny příklady. Navíc jsme zjistili, že ho hodně baví podtrhávat si barevně (obr. 5).

$$\begin{array}{l} \text{c) } 4 \cdot (25 + 125) : 25 = 24 \\ \underline{4 \cdot 750 : 25 = 6} \\ 4 \cdot 6 = 24 \checkmark \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{d) } 4 \cdot 25 + 125 : 25 = 105 \\ \underline{4 \cdot 25 = 100 \quad 125 : 25 = 5} \\ 100 + 5 = 105 \checkmark \end{array}$$

Obr. 5. Pořadí operací, správné řešení

Slovní úlohy

Po dramatech s dvojciferným dělitelem jsem se bála slovních úloh. V doporučení z vyšetření je, že se mají diferencovat, což je pro mě většinou velkou záhadou, co se pod tímto termínem míní.

Honza mě ale mile překvapil tím, že mu to docela šlo. Jednoduché příklady si umí podtrhnout a poté správně sestavit výpočty. Odpověď sice není vůbec gramaticky správně, většinou se z ní ale dá poznat, na co odpovídá. I když slovo nedává vůbec smysl, uznávám mu to jako správné řešení.

Úlohy řeší pomocí kalkulačky, aby se nemusel soustředit na výpočet, ale na zvolení správného postupu. Zápis po něm nechci a v tuto chvíli ani nevím, jak bych mu ho vysvětlila. Přemýšlím jen, jestli to nebude problém do budoucna pro složitější úlohy. Na obr. 4 jde vidět správně vyřešená úloha a zvláštnost odpovědí.

1) Automat vyrobí za 5 minut 310 kusů výrobků. Kolik výrobků vyrobí tento automat za 8 minut?

$310 : 5 = 62$ ✓
 $62 \cdot 8 = 7$
 1454
 217
 496 ✓
 38
 Automat vyrobí za 8 minut 496 kusů

Obr. 6. Správně vyřešená slovní úloha

Na dalším obrázku je velmi podobná úloha, kterou si stejně podtrhl, ale špatně určil operaci s danými čísly.

Zatím se mi nepovedlo zjistit, čím to je, že někdy je pro něj úloha řešitelná a jindy ne. V odpovědi se i objevuje slovo, které nedává žádný smysl. Je to pro něj velmi typické. V češtině má velké problémy.

3) V prvním roce koupil fotbalový klub 38 míčů a zaplatil za ně 9 690 Kč. Kolik korun zaplatí tento klub ve druhém roce, když bude potřebovat za 40 stejných míčů ?

$9690 : 38 = 255$ ✓

$255 : 40 = 6375$

255 · 40

2 30

Neznámá míce rovná 6375

Obr. 7. Špatně vyřešená slovní úloha

Převody jednotek

U převodů jednotek jsme rovnou zkusili metodu sloupečků. Každá jednotka má své místo a pod každou jednotku mohu napsat pouze jednu číslici. Jestliže mám číslo víceciferné, musím jeho cifry napsat do více sloupečků tak, abych nezměnila původní číslo. Jednu hodinu mu dělalo problém tento systém pochopit, ale v další už si byl mnohem jistější.

Po několika hodinách už dokáže zapsat bezchybně číslice. Což je pro něj úspěch, protože se mu někdy pletou čísla 12 a 21. Akorát ne vždy dokáže správně zapsat výsledek. Tam zapomíná na některé číslice ze začátku. Napadá mě řešení, důsledně si podtrhnout už ve sloupečkách, co vše musím zapsat, ale v době, kdy jsme převody brali, jsem už na to nestihla dohlédnout. Budeme je brát znovu s desetinnými čísly, tak budu moct tuto metody dotáhnout a ověřit, že si ví stále rady.

Obecně se ho při písémkách nechávám dělat chyby, jen ho posouvám dál, aby se na nich nezasekl. Neustále totiž ode mě vyžaduje komentování jeho postupu, proto říkám „fajn“ nebo „super“. Váhám, jestli to nebere jako potvrzení pravdy a pak už nepřemýšlí nad výsledkem, např. nechala jsem ho takto napsat si špatně řadu jednotek míry, kterou v předešlé písémce napsal už dobře.

Po třech měsících vidím malý úspěch, dokáže mi odevzdat písémku, kterou má napsanou špatně, jde to vidět na obr. 8, kde to sám napsal.

- 1) 72 m 50 cm (dm)
- 2) 435 cm (m, cm)
- 3) 500 mm (cm)
- 4) 9200 mm (dm)
- 5) 32m 40 cm (cm)
- 6) 6 m 5 cm (cm)
- 7) 5 m 16 cm (cm)
- 8) 300 mm (cm)

správně

1000 mm = 10 dm

	m	dm	cm	mm		
	7	2 ✓	5	50	0	72 dm
		4	3	5 ✓		4 m 35 cm
			5	0	0 ✓	500 cm x
	9	2	0	0	0 ✓	9200 dm

Obr. 8. Převody jednotek, chybné řešení

kg	hg	dag	g	mg	výsledek
40	700	00			407000 g ✓
90	40				94000 g ✓
70	150	0	120		70150120 g ✓

km	m	cm	dm/mm	výsledek
		6	94	60 cm 14 mm x
		8	03	803 mm x
900	600	00		900600 dm

4000 kg (dag)
9040 kg (hg)
70150120 g

694 mm (cm, mm)
803 mm (cm)
900600 mm (dm)

Obr. 9. Převody jednotek, posun v řešení

Závěrem

Na závěr bych ráda shrnula můj dojem z práce s Honzou a jeho autismem. Je to pro mě nová zkušenost. Chodívám pravidelně s písemkou za dalšími kolegy a řeším, jak mu práci oznámkovat. Každou hodinu volím mezi speciální prací s Honzou a s věnováním pozornosti ostatním žákům. Neustále předělávám materiály do písma 22 a znovu formátuji již naformátované texty. Přemýšlím nad jinými způsoby řešení, kde bude jasný algoritmus, který půjde jednoduše Honzovi vysvětlit. Takto to zní, jako spousta práce navíc, což do velké míry je. Ale dává mi to nové pohledy na výuku matematiky. Jestliže najdu způsob, jak látku vysvětlit Honzovi, většinou to učím i zbytek třídy touto metodou a slabší žáci se častěji chytanou. Je jim jasnější, co mají dělat. Učí mě to kreativněji přemýšlet nad výukou a za to jsem Honzovi velmi vděčná. Navíc se na mě každou hodinu usmívá.

Neznámá práce s neznámou

(Jak logicky pracovat s pojmem neznámá, když je tento pojem pro žáky ještě neznámý.)

RNDr. Veronika Svobodová, Ph.D., Cyrilometodějské gymnázium Brno

Umět upravit výraz s proměnnou častokrát potřebujeme dříve, než se žáci s tou kterou konkrétní úpravou seznámí.² Například občas potřebujeme umět roznásobit závorku s proměnnou nebo naopak vytknout před závorku. V podstatě celý šestý ročník a většinu ročníku sedmého používáme proměnnou v konkrétních případech požadovaným způsobem, který však ještě žáci neznají, ale na který je potřeba žáky navést.

Při řešení (ne)rovníc pracujeme s neznámou vystupující v roli proměnné. Řešením (ne)rovníc se v tomto příspěvku zabývat nebudeme, spíše nastíníme, jak

² Ve Školním vzdělávacím programu naší školy probíráme jednoduché typy rovnic a nerovnic, sčítání, odčítání, násobení mnohočlenů, dělení jednočlenem až na konci 7. ročníku. Vzorce pro druhou mocninu dvojčlenu a pro rozdíl čtverců, rozklady na součin (vytýkání, vzorce), dělení mnohočlenu mnohočlenem, lomené výrazy probíráme na konci 8. ročníku. A rovnice s neznámou ve jmenovateli a soustavy rovnic na konci 9. ročníku.

zprostředkovat žákům některé konkrétní vztahy, které při práci s neznámou v (ne)rovnicích používáme.³

Prakticky narážíme na neznámou práci s proměnnou ve dvou typech situací – tehdy, když okrajově potřebujeme využít dosud nepoznaných vztahů (tedy například sečíst mnohočleny) a tehdy, když odvozujeme vztahy samotné v rámci běžné výuky při probírání daného tématu. V obou případech potřebujeme ze strany žáka, aby si utvořil správnou představu několika číselných příkladů, které potom zobecní pomocí proměnné. Korektnost vztahu, který žák potom pomocí proměnné zapíše, musí v závěru ověřit pomocí konkrétních příkladů. Ze strany učitele je potřeba správné vedení myšlenek žáka, tedy především kladení správných návodných otázek a zadávání jednotlivých dílčích úkolů. Z částečných a nesprávných žakovských odpovědí potom musí učitel správně formulovat další dotazy („Za jakých podmínek platí to, co právě Pepíček řekl?“, „Vystihuje to, co Klárka právě řekla, definici našeho pojmu? Pokud ne, uveďte protipříklad.“) vedoucí k nalezení chyby a přeformulování. Žákovi tato práce přináší především radost z objevování, vlastní angažovanost vede k tomu, že se žák nenudí, a navíc si lépe fixuje obecně známé vztahy, když na ně přichází sám. Žák se navíc učí

³ Na řešení (ne)rovnic považujeme za nejsložitější samotné stanovení neznámé a sestavení příslušné (ne)rovnice, ne tedy ono samotné rutinní používání ekvivalentních úprav.

přesnějšímu vyjadřování tím, že opravuje vlastní chyby a nepřesnosti.

První typ situace (především 6. a 7. ročník) budeme demonstrovat na příkladech převzatých z dokumentu *Úlohy o číslech pro matematické talenty (od 9. eventuálně od 8. ročníku)*⁴ z programu Investice do rozvoje vzdělávání.

1. příklad:

Napište tři za sebou jdoucí přirozená čísla. Vynásobte obě krajní a určete druhou mocninu prostředního čísla; porovnejte oba výsledky. Proveďte aspoň pětkrát. Jakou zákonitost pozorujete? Bude platit vždy?

Otázky a úkoly učitele:

- Přišli jste už na to, jaká zákonitost platí?
- Jak umíme graficky znázornit součin dvou přirozených čísel?
- Uvažujme trojici čísel 3, 4, 5 a provedme graficky součiny požadované v zadání.

⁴<http://black-hole.cz/cental/wp-content/uploads/2010/06/%C3%9ALOHY-O-%C4%8C%C3%8DSLECH-PRO-MATEMATICK%C3%89-TALENTY-1.pdf>

- Zkuste oba součiny zakreslit šikovně do téhož obrázku.
- Co mají oba součiny společného? Čím se liší?
- Jak zapsat obecnou trojici po sobě jdoucích přirozených čísel?
- Zakreslete do téhož obrázku oba požadované součiny pro obecnou trojici po sobě jdoucích přirozených čísel.



Obr. 10. K příkladu 1

2. příklad:

Napište dvakrát za sebou stejné trojciferné číslo; získáte šesticiferné číslo. Pak ho vydělte číslem 7, pak číslem 11 a nakonec číslem 13. Co pozorujete? Zkuste to s novými čísly a to aspoň třikrát. Jaká zákonitost se tu objevuje? Bude platit vždy?

Otázky a úkoly učitele:

- Přišli jste už na to, jaká zákonitost platí? (Př.: $284\ 284 : 7 : 11 : 13 = 284$.)
- Jakým číslem pokaždé dělíme, dělíme-li postupně 7, 11 a 13?
- Jak napíšete rozvinutý zápis šesticiferného čísla?
- Napište rozvinutý zápis čísla „abcabc“.
- Jak sečteme 100 000 rohlíků a 100 rohlíků?
- Jaké zajímavé číslo se nám v jednotlivých sčítancích objevuje? Můžeme každý ze sčítanců pomocí něj zapsat?
- Jak jednoduše jde počítat například součet $5 \cdot 6 + 5 \cdot 4 + 5 \cdot 3$? Interpretujte ho graficky. Jak toho využijeme?
- Jakému číslu odpovídá součet v závorce?

3. příklad:

Vymyslete hru na hádání neznámého čísla pro kamarády: „Mysli si číslo. Potom s ním proved' všechny operace, které ti řeknu, a já uhodnu, co ti vyjde.“

Otázky a úkoly učitele:

- Pokud si kdokoli může myslet jakékoli číslo a já vždy uhodnu výsledek, co to znamená? (Může být výsledek pokaždé jiný?)
- Pokud s původním libovolným číslem dojdeme vždy ke stejnému číslu, co to znamená?
- Vymyslete nějakou vhodnou posloupnost operací takovou, aby nebylo na první pohled zřejmé, jak naše řada funguje. (Tedy ne např. „Přičti 5, odečti číslo, které sis myslel, a vyjde ti 5“.)

Druhý typ situace, ve které si žáci sami odvozují obecně platné vztahy s proměnnou, ukážeme na příkladech z praxe.

4. příklad:

Ukažte, čemu je roven součin $(a+b)(c+d)$, jsou-li a, b, c, d přirozená čísla.

Otázky a úkoly učitele:

- Jak graficky znázorníme součet a součin dvou přirozených čísel?
- Zkuste to provést pro příklad $(3+4)(5+6)$.
- Obsahu kterých obrazců v obrázku odpovídá výše uvedený příklad?
- Nakreslete obrázek pro součin ze zadání.
- Jak se úloha změní, když místo znaménka plus bude v závorkách znaménko mínus?
- Obsahu kterých obrazců v obrázku potom bude odpovídat zadání?
- Jak vyjde součin $(a+b)(a+b)$?
- Vymyslete, jak graficky interpretovat součin $(a+b)(a-b)$.
- Rozšiřující domácí úloha: Vymyslete grafickou interpretaci součinu $(a+b)(a+b)(a+b)$. Čím můžeme reprezentovat součin tří přirozených čísel v prostoru?

5. příklad:

Ukažte, čemu je roven součet prvních n přirozených čísel.

Otázky a úkoly učitele:

- Čemu je roven součet prvních pěti přirozených čísel? Čemu součet prvních deseti? Čemu součet prvních padesáti?
- Někdo to už má spočítáno. Znamená to pravděpodobně, že existuje nějaký výhodný způsob, jak tyto součty počítat. Zkuste k sobě vhodně sdružit některá čísla.
- Jak to provedeme pro obecné n ? Jak zapíšeme číslo o 1 menší než n ?
- Jednodušší způsob řešení je spočítat dvojnásobek požadovaného součtu a ten na závěr podělit dvěma (pro mladší studenty), je vhodné navést žáky na algebraické i geometrické řešení.
- Složitější způsob řešení je počítat algebraicky přímo součet a rozlišit n sudé a liché (pro starší studenty).

Dalšími příklady práce na seznamování se s proměnnou může být například odvozování znaků dělitelnosti 3 a 9 (6. třída), zdůvodňování ekvivalentních úprav rovnice pomocí rovnoramenných vah a závaží (7. třída), nebo odvození vzorce pro výpočet kořenů kvadratické rovnice (9. třída).

Obecně bychom chtěli zdůraznit, že ve všech případech odvozování je vhodné simultánně řešit příklad s konkrétními čísly (u složitějších vyřešit vždy část na konkrétním příkladu a tutéž část zobecnit, pak se vrátit ke konkrétnímu a pokračovat). Také se ukazuje, že mladší žáci mají k proměnné veskrze pozitivní vztah a je tudíž vhodné jim ho pěstovat. 😊

Setkání studentů a učitelů matematiky IX

Učitelé sdílejí své zkušenosti

Editorka: Mgr. Irena Budínová, Ph.D.

Vydala Masarykova univerzita, Žerotínovo nám. 617/9,
601 77 Brno

1., elektronické vydání, 2018

ISBN 978-80-210-8933-4

