VZDĚLÁVÁNÍ ŽÁKŮ SE SPECIFICKÝMI PORUCHAMI UČENÍ – MATEMATIKA

RŮŽENA BLAŽKOVÁ

MASARYKOVA UNIVERZITA

Vzdělávání žáků se specifickými poruchami učení – matematika

Metodická příručka

Růžena Blažková

Klíčová aktivita 6: Výuka žáků se SVP v inkluzivní třídě ZŠ

Modul 9

Masarykova univerzita

Brno 2020

Publikace je vydána v rámci řešení projektu *Kvalitní inkluzivní vzdělávání žáků se speciálními vzdělávacími potřebami na základní a střední škole* (registrační číslo projektu CZ.02.3.62/0.0/0.0/16_037/0004872) a s jeho finanční podporou.

EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

ISBN 978-80-210-9930-2

Obsah

O PROJEKTU

Cílem projektu *Kvalitní inkluzivní vzdělávání žáků se speciálními vzdělávacími potřebami na základní a střední škole* je realizovat kvalitní inkluzivní vzdělávání žáků se speciálními vzdělávacími potřebami (SVP) ve škole hlavního vzdělávacího proudu. Naučit pedagogy zacházet s diverzitou v inkluzivní třídě. Vypracovat koncept pro inkluzivní vyučování s podporou zahraničních zkušeností. Zasíťovat školy, podpořit zkušenosti dobré praxe. Zaměřit se na podporu žáků s SVP při vstupu na trh práce, zpřístupnit vzdělávání s využitím pohybových volnočasových aktivit. Podpořit inkluzivní vzdělávání osvětovými aktivitami určenými pro veřejnost.

Projekt je realizován prostřednictvím šesti klíčových aktivit. Jednotlivé klíčové aktivity jsou komplexně zaměřené na inkluzivní vzdělávání žáků se speciálními vzdělávacími potřebami ve školách hlavního vzdělávacího proudu. Byly vybrány a definovány tak, aby naplňovaly cíl projektu, kterým je realizovat kvalitní inkluzivní zdělávání žáků s SVP na základní a střední škole a maximálně podpořit zapojené školy a školská zařízení do realizace a výstupů projektu.

Jednotlivé klíčové aktivity jsou:

- Povinné aktivity
    - Aktivita č. 1: Řízení projektu
- Povinně volitelné aktivity
    - Aktivita č. 2: Škola jako centrum kolegiální podpory
    - Aktivita č. 3: Podpora žáků s SVP při vstupu na trh práce
    - **Aktivita č. 6: Výuka žáků s SVP v inkluzivní třídě ZŠ**
- Volitelné aktivity
    - Aktivita č. 2: Pohybové inkluzivní volnočasové aktivity
    - Aktivita č. 3: Zahraniční stáž pro pracovníky s cílovou skupinou
    - Aktivita č. 4: Osvětové aktivity na podporu inkluzivního vzdělávání

Klíčová aktivita 6 *Výuka žáků s SVP v inkluzivní třídě ZŠ* řeší problém kvalitního vyučování žáků s SVP v inkluzivní třídě ZŠ. K faktorům vedoucích k úspěšnému vzdělávání žáků s SVP patří erudovaný a zkušený učitel. Způsob zacházení s diverzitou žáků je považován za stimul pro učitele, jak učit kreativně. Cílovou skupinou budou žáci s SVP se zřetelem na žáky s Aspergerovým syndromem, s narušenou komunikační schopností, se sluchovým a zrakovým postižením, s mozkovou obrnou, s epilepsií, se zrakovým postižením a se specifickými poruchami učení (SPU). Inkluzivní vyučování pro žáky s SVP bude organizováno po dobu jednoho školního roku min. tři vyučovací hodiny týdně. Vyučovací jednotky budou vycházet z RVP ZV a školního vzdělávacího programu, s přihlédnutím k individuálnímu vzdělávacímu plánu žáka s SVP. Vyučování u žáků s Aspergerovým syndromem bude zaměřeno na podporu a rozvoj sociálních, emocionálních a komunikačních kompetencí. U žáků s narušenou komunikační schopností budou ve vyučování využity specifické techniky rozvoje jejich komunikačních schopností. U žáků se sluchovým postižením bude výuka zaměřena na posilování sociálně-emočních kompetencí. Při inkluzi žáků se zrakovým postižením bude využito zážitkové vyučování s cílem posilovat specifické kompetence potřebné pro jejich samostatný život. U žáků s mozkovou obrnou a epilepsií budou zařazeny do vyučování aktivity zaměřené na posilování resilienčních faktorů, jak zvládat zátěžové situace. U žáků s SPU bude výuka českého jazyka zaměřena na individuální čtenářské zážitky, reflektovanou tvorbu vlastního textu. V cizím jazyce bude vyučování zaměřené na poslech, zpěv a recitaci cizojazyčných písní, říkadel a básní s cílem rozvoje a prohloubení receptivní, produktivní a interaktivní řečové dovednosti. Vyučování v matematice bude využívat hry na odstranění strachu z matematiky.

Výstupem klíčové aktivity 6 je zpracování devíti modulů, obsahujících metodiku a vzdělávací program pro žáky se SVP, podle vybraných druhů postižení.

- **Modul 1:** Žáci s Aspergerovým syndromem (metodická příručka) (Bazalová)
- **Modul 2:** Žáci s narušenou komunikační schopností (metodická příručka) (Chleboradová, Kopečný)
- **Modul 3:** Žáci se sluchovým postižením (metodická příručka) (Doležalová, Bytešníková, Horáková)
- **Modul 4:** Žáci s tělesným postižením se zaměřením na mozkovou obrnu (metodická příručka) (Opatřilová, Zámečníková)
- **Modul 5:** Žáci se zdravotním znevýhodněním se zaměřením na epilepsii (metodická příručka) (Fialová)
- **Modul 6:** Žáci se zrakovým postižením (metodická příručka) (Röderová, Pavlovská, Vrubel)
- **Modul 7:** Žáci se speciálními vzdělávacími potřebami se zaměřením na SPU a zdravotní postižení – český jazyk a literatura (metodická příručka) (Klímová, Zítková)
- **Modul 8:** Žáci s SPU – cizí jazyk se zaměřením na francouzský jazyk (metodická příručka) (Schejbalová)
- **Modul 9:** Žáci s SPU – matematika (metodická příručka) (Blažková)

V současné době je realizován **Akční plán pro inkluzivní vzdělávání pro léta 2019-2020,** který navazuje na APIV 2016–2018, v jehož rámci bylo identifikováno několik kritických míst, kterým je třeba věnovat pozornost i nadále:

- uplatnit větší důraz na rozvoj potenciálu každého žáka;
- zajistit hlubší mezioborovou spolupráci a cílenou práci s veřejností;
- doplnit chybějící zajištění vyhodnocování strategií (monitoring, reportování, iniciace nápravných opatření).

Cílem APIV pro léta 2019–2020 je zlepšovat podmínky pro realizaci změn a přispívat ke kladnému přijetí myšlenky inkluze u odborné a širší veřejnosti v rámci tří strategických cest:

- Strategická cesta 1 – Informace, data a otevřená komunikace
- Strategická cesta 2 – Škola, pedagog a žák
- Strategická cesta 3 – Mezioborová spolupráce

Ze strategické cesty 2 – **Škola, pedagog a žák** – považujeme v souvislosti s naším projektem za důležité:

- podpořit rozvoj potenciálu každého žáka při jeho individuální vzdělávací cestě, podpořit jeho otevřenost a pozitivní postoje k druhým;
- dbát, aby sami pedagogičtí pracovníci byli otevření odlišnosti a uměli vhodně individualizovat výuku;
- dbát, aby specifické cíle vedly k podpoře rozvoje kompetencí nezbytných pro naplnění principů inkluzivního vzdělávání;
- **vytvořit snadno dostupné metodické materiály jako podporu profesního rozvoje pedagogických pracovníků v oblasti inkluzivního vzdělávání;**
- posílit kompetence školního poradenského pracoviště v oblasti práce s jednotlivými skupinami žáků s potřebou podpůrných opatření.

Pro rozvoj potenciálu každého žáka je nezbytná jak podpora v jeho individuální vzdělávací cestě, tak podpora jeho otevřenosti a pozitivních postojů k druhým. Aby mohli být pedagogičtí pracovníci svým žákům dobrými průvodci, je třeba, aby sami byli otevření odlišnosti a uměli vhodně individualizovat výuku.

Prostřednictvím dalšího vzdělávání je nezbytné zvýšit kompetence pedagogických pracovníků zejména v oblasti pedagogické diagnostiky, individualizace vzdělávání, výuky heterogenních kolektivů, formativního hodnocení a hodnocení výstupů v kontextu individualizovaných cílů vzdělávání.

Předpokládá se vznik metodických materiálů, jako jsou videonahrávky, virtuální hospitace, animovaná videa, audionahrávky kazuistik apod., které budou prezentovat příklady dobré praxe jako doplněk katalogů podpůrných opatření. Kvalitu a přínos materiálů je třeba sledovat již při jejich vzniku, například v rámci vybraných spolupracujících škol, kde by se materiály testovaly v praxi.

prof. PhDr. Marie Vítková, CSc.
Řešitel projektu OP VVV
Kvalitní inkluzivní vzdělávání žáků
se speciálními vzdělávacími potřebami
na základní a střední škole

V Brně 24. srpna 2020

Úvod

Vzdělávání žáků se specifickými poruchami učení je středem pozornosti pedagogů, rodičů i celé veřejnosti. Žáci, kteří mají problémy v matematice a přitom v ostatních výukových předmětech dosahují dobrých, až výborných výsledků, vyžadují ve výuce matematiky specifický přístup Při řešení projektu „*Kvalitní inkluzivní vzdělávání žáků se speciálními vzdělávacími potřebami na základní a střední škole*“ byly ověřeny postupy výuky matematiky v rámci inkluzívního zařazení žáka do běžné základní školy, které mohou žákům s problémy v matematice napomoci.

Metodický text je rozčleněn do čtyř základních kapitol. V první kapitole jsou uvedena teoretická východiska didaktiky matematiky s akcentem na vzdělávání žáků se specifickými poruchami učení. Jsou uvedena specifika matematiky, jako výukového předmětu, která je třeba respektovat zejména při vzdělávání žáků se specifickými poruchami učení. Současná didaktika matematiky se zaměřuje na žáka a jeho poznávací procesy.

Druhá část se zabývá vymezením specifických poruch učení se zaměřením na matematiku, vlivem jednotlivých poruch učení na úspěšnost žáka v matematice a zaměřuje se na dyskalkulii, její projevy a možnosti reedukace. Individualita každého žáka je při vnímání matematických pojmů dominantní a vyžaduje promyšlené přístupy pedagogů i rodičů zohledňující vnímání každého žáka.

Ve třetí části je pojednáno o výuce matematiky se zřetelem k cílové skupině, s kterou bylo v projektu pracováno. Při řešení části projektu KA6, modul 9, bylo cílem zaměřit se na vzdělávání žáků se specifickými poruchami učení, zejména v matematice. Klíčové aktivity byly směrovány tak, aby byly zavedeny nové přístupy do vzdělávání žáků se specifickými poruchami učení v heterogenní třídě, a to se zaměřením na rozvoj a posilování kompetencí žáků. Pozitivním výsledkem řešení projektu bylo jednak to, že došlo ke změně postojů inkludovaného žáka k matematice, jednak i to, že strukturovaná výuka matematiky přispěla k pochopení učiva většiny žáků ve třídě, kteří mají s matematikou problémy a přitom nejsou diagnostikováni vzhledem k SPU.

Čtvrtá část uvádí některé didaktické postupy, metodické materiály a pomůcky, které byly využívány při konkrétní práci se žákem. Takto pojatá výuka může přispívat k rozvoji matematické gramotnosti žáků s SPU a jejich zařazení do běžného života. Přílohy obsahují ukázky používaných didaktických materiálů.

1 Teoretická východiska Didaktika matematiky pro učitelství prvního stupně ZŠ

1.1 Didaktika matematiky se zaměřením na vzdělávání dětí se specifickými poruchami učení

1.1.1 Co rozumíme pod pojem „didaktika matematiky“

Při vzdělávání žáků se speciálními vzdělávacími potřebami, a zejména žáků se specifickými poruchami učení v oblasti rozvoje matematické gramotnosti, je třeba zamyslet se nad tím, co je didaktika matematiky, jaké je její postavení v systému věd i v systému vzdělávacích předmětů a jaké funkce plní. Jen tak můžeme využít jejího potenciálu ke vzdělávání žáků, kteří mají s matematikou problémy.

Při zkoumání významu didaktiky matematiky nelze použít výstižnějšího vyjádření než toho, které uvedl J. A. Komenský ve své *Didaktice analytické* (Komenský, 1947): „Didaktika jest umění jak dobře učiti. Učiti značí působiti, aby tomu, kdo něco zná, se naučil také někdo jiný a znal to.“

Vymezení pojmu „didaktika matematiky“ (metodika matematiky, teorie vyučování matematiky se objevuje v různých publikacích a jeho součástí je většinou vyjádření postavení didaktiky matematik mezi vědními obory, kterými jsou matematika, pedagogika a obecná didaktika. Uveďme některé příklady těchto vymezení

Slovník školské matematiky (1981) pod heslem „didaktika matematiky“ uvádí: „Didaktika matematiky – mezní vědní disciplína mezi matematikou a pedagogikou, která se zabývá různými otázkami školské matematiky na všech typech škol, tj. jejím obsahem i metodami jak vyučovat a jak se učit matematice.“

P. Květoň (1982) chápe didaktiku matematiky takto: „Didaktika matematiky je vědecká disciplína zkoumající zákonitost vyučování matematiky v souladu s cíli vyučování určenými společností.“

B. Novák (2003) uvádí: „Didaktika matematiky se považuje obvykle za speciální didaktiku (předmětovou, příp. oborovou didaktiku) ve smyslu teorie vzdělávání v matematice. Je vědou se svou vlastní strukturou, logikou a způsobem myšlení. Lze v ní rozlišit čtyři dimenze: obsahovou, pedagogickou, psychologickou a konstruktivní."

Didaktika matematiky je vědecká disciplína, která řeší speciální otázky výuky matematiky na jednotlivých stupních a typech škol. Vymezuje cíle a obsah učiva matematiky, doporučuje vhodné metody a postupy vyučování, organizační formy vyučování, respektuje psychologické zákonitosti učení a zajišťuje technologii vyučování. Didaktika matematiky v současné době studuje roli žáka a učitele ve vzdělávání, studuje procesy, které probíhají ve vědomí žáků i učitelů při výuce matematiky, při řešení problémových úloh i při využívání matematiky v praxi.

Úvahu o vztahu matematiky a didaktiky uvádí M. Hejný (1990):

„Termín – vyučovanie matematiky – sa skladá z dvoch slov. Prve vyjadruje obsah toho, čo sa učí, druhé činnosť, ktorů učitel´ vykonáva. Matematika, rovnako jako vyučovanie, má svoju štrutúru, logiku, sposob myslenia. Medzi oboma oblasťami je značný rozdiel. Matematika pracuje s idealizovanými objektmi, axiomaticky presne, s úplnou argumenáciou. Vyučovanie sa týka ludí a každá snaha o axiomatizaciu štruktúry metodiky matematiky vedie nevyhnutne k znásilneniu skutočnosti. V metodike matematiky, jako konečne v každej „reálnej" vedeckej disciplíne, existujú javy, objekty, situácie, príklady, ktoré sú typické, kryštalické, ale existujú aj také, ktoré sú hmlisté, hraničné, nejasné. Nie je to nedostatkom našich vedomostí, ale podstatou vecí."

1.1.2 Specifika didaktiky matematiky

Didaktika matematiky a matematika, jako vyučovací předmět na různých typech a stupních škol, mají svá výrazná specifika, která je poněkud odlišují od ostatních oborových didaktik a vyučovacích předmětů. Jde zejména o tato specifika:

1. Vysoká abstraktnost matematiky. Matematické pojmy vznikly na základě abstrakcí z reálných situací (nikdo nikdy nemůže vidět přímku, rovinu či číslo, ale jejich představy v mozku téměř každého člověka existují). Pojmy se nejprve budují na základě intuice a teprve mnohem později je možné budovat systém vycházející z deduktivních přístupů.

2. Matematika je předmět, který má přesnou logickou výstavbu a návaznosti a ve kterém jsou znalost a pochopení prvků vyšší úrovně podmíněny pochopením a znalostí prvků nižší úrovně.
3. V některých případech je problematická motivace matematického učiva, neboť je buď obtížné nalézt reálný model v praxi (např. pro násobení dvou záporných čísel), nebo je praktické využití poměrně vzdálené (např. úpravy lomených algebraických výrazů).
4. Výuku matematiky nelze opírat jen o formulování vztahů, pouček a vzorců, které si mají žáci zapamatovat, všechny pojmy by měly být budovány na základě porozumění.
5. Je třeba zvážit míru procedurálních a kontextuálních znalostí. Mnoho žáků (zejména žáků s SPU) potřebuje postupy a doporučení, jak provádět příslušné úkony a jak řešit úlohy, aby dosáhli plánovaného cíle. Osvojení procedurálních znalostí (znalosti týkající se postupů, doporučení, předpisů) může přispět k osvojení znalostí konceptuálních (vztahy a souvislosti, kategorie a klasifikace, principy a generalizace, teorie, modely, struktury). Lze akceptovat i opačný postup, kdy porozumění matematickým konceptům podporuje procedurální dovednosti. Je však třeba si uvědomit, že u mnoha žáků dochází k chápání vztahů a souvislostí, až tehdy, kdy mají v mozku určitou sumu znalostí získaných procedurálně. Aby mohli o něčem přemýšlet, musí mít o čem.
6. Pedagogické přístupy typu: „já jim to řeknu“ (rozuměj: učitel dětem) nebo „já jim to ukážu“ nepřinášejí potřebný výukový efekt. Poznatky jsou nepřenosné. K matematickým poznatkům by se žák měl dobrat vlastní konkrétní a myšlenkovou činností.

Didaktika matematiky zaměřená na žáky se specifickými poruchami učení se zaměřuje na metody práce a schopnost jejich vnímání tak, aby byli žáci vedeni na cestě poznání. Doporučuje některé postupy, které se v praxi osvědčily, avšak ponechává učitelům i žákům dostatek prostoru pro jejich vlastní tvořivou práci. Je třeba vyvarovat se dvou extrémů: přístupů, které vycházejí jen z matematiky, předkládají krásu její logické výstavby a jejích výsledků, avšak předpokládají žáka, který se chce matematiku učit a má zájem řešit problémy a přemýšlet (zdůrazňování teorie, přílišná odbornost), anebo přístupů, které vycházejí z podrobných návodů, silně prakticistických, ovlivněných třeba jen jedinou zkušeností, bez opory o zákonitosti vytváření matematických pojmů v mozku žáků a bez opory o psychologické zákonitosti učení – a někdy i s ami (tzv. prakticismus, metodikaření).

1.1.3 Vztah matematiky a didaktiky matematiky

Matematika jako vědní disciplína nashromáždila v průběhu svého historického vývoje obrovské množství poznatků a dále se neustále rozvíjí. Poznatky jsou uspořádány do logických celků. Jednotlivé části matematiky jsou budovány deduktivním způsobem ze systému axiomů. Používané pojmy jsou přesně vymezovány, hledají se souvislosti mezi zavedenými pojmy, v rámci zobecňování se hledají pojmy obecnější, vznikají nové teorie, rozvíjí se jazyk kterým se teorie mohou popisovat apod.

V didaktice matematiky jde o to, stanovit, co z matematické teorie bude obsahem učiva základní školy, jak budou poznatky prezentovány, aby byly srozumitelné a přiměřené věku a schopnostem žáků. Hledá se cesta, jak poznatky žákům přiblížit, v jakém sledu, jakou formou, při respektování vědecké správnosti příslušného učiva. Vybraná témata by měla patřit k základům současné matematiky, měla by tvořit ucelený systém, na který by bylo možné navazovat v dalším studiu i v praktickém životě. Je třeba provést didaktickou transformaci učiva, tj. výběr poznatků z matematiky jako vědecké disciplíny a jejich zpracování do systému učiva matematiky základní školy. Je třeba vytvořit systém, který zajistí rozvoj vědomostí, dovedností, návyků, hodnot i osobnostních vlastností žáků. V aktuálně platném Rámcově vzdělávacím programu jsou tyto požadavky formulovány jako klíčové kompetence.

1.1.4 Vztah obecné didaktiky a didaktiky matematiky

Didaktika je teorie vyučování (řec. didakstein – učit, vyučovat). Obecná didaktika se zaměřuje na obecné otázky výuky: jednak na vzdělávací obsah, jednak na proces, který charakterizuje činnosti učitele a žáka, ve kterém si žáci obsah osvojují. Předmětem obecné didaktiky je obecné řešení cílů, obsahu, metod a organizačních forem ve vyučování.

Didaktika matematiky řeší speciální otázky výuky matematiky na jednotlivých stupních a typech škol. Vymezuje obsah učiva matematiky, doporučuje vhodné metody a postupy vyučování, respektuje psychologické zákonitosti učení, zajišťuje technologii vyučování. Didaktika matematiky plní mnoho různých úkolů, z nichž nejdůležitější jsou transformace vědního oboru do systému školské matematiky, zkoumání procesu komunikace v rámci vyučovacího procesu a rozvoj klíčových kompetencí žáků.

1.2 Zaměření didaktiky matematiky

V otázce zaměření didaktiky matematiky nelze dávat přednost pouze jednomu z níže uvedených požadavků: je potřeba usilovat o naplnění všech těchto požadavků „a zároveň". Důvody pro tento přístup jsou ověřené dlouholetými zkušenostmi. Pokud má učitel vysoké odborné znalosti, avšak nedostatek emocionální inteligence a pedagogických schopností, je to stejně problematické, jako když má učitel velké nadšení, vztah k dětem, ale nedostatečnou odbornost.

Při vytváření vhodných postupů ve výuce matematiky na prvním stupni ZŠ je třeba chápat didaktiku matematiky v několika kontextech.

a) Didaktika matematiky zaměřená na obsah učiva.
b) Didaktika matematiky zaměřená na poznávací procesy žáka.
c) Didaktika matematiky zaměřená na metody práce.
d) Didaktika matematiky zaměřená na aplikace učiva v reálném životě.

1.2.1 Didaktika matematiky zaměřená na obsah učiva

Matematika jako vědní disciplína obsahuje obrovské množství poznatků, z nichž jen malá část tvoří obsah učiva matematiky jako vyučovacího předmětu na základních školách. Avšak vědecké matematické poznatky nemohou být ve většině případů zprostředkovávány ve své abstraktní a teoretické podobě ani v axiomatickém systému, jak jsou v matematice budovány. Pro výuku matematiky je nezbytné provést tzv. didaktickou transformaci teoretického matematického základu do učiva matematiky tak, aby učivo bylo přiměřené žákům příslušného věku, bylo podáno jazykem jim srozumitelným a s využitím matematického aparátu, který mají žáci právě k dispozici, a zároveň aby nebylo v rozporu s matematickou správností. To, co se žák naučí na nižším stupni, by se měl naučit tak, aby se v budoucnu nemusel jisté poznatky učit jinak (tzv. „přeučovat"). Např. vysvětlení skutečnosti, že „nelze dělit nulou" je možné zdůvodnit určitým způsobem ve 2. nebo 3. ročníku základní školy, jiným způsobem v 7. ročníku ZŠ, dalším na gymnáziu a ještě jiným na škole vysoké s využitím pojmu limita, ve všech případech však matematicky správně.

Učitelé matematiky by měli mít jasno v matematických pojmech a vztazích, měli by si ujasnit, co o pojmech vědí sami z odborné přípravy, co z toho je v učivu matematiky příslušného stupně školy a jakým způsobem jsou pojmy a vztahy mezi nimi zavedeny. Neměli by vidět propast mezi svou teoretickou přípravou a učivem školské matematiky Jako příklad lze uvést

„funkce a funkce inverzní“, které jsou základními pojmy v matematické analýze již v prvním ročníku na vysoké škole, a učivo „druhá mocnina a odmocnina“ v 8. ročníku základní školy. Při probírání druhé odmocniny ji studenti správně zavedou, uvedou příklad $\sqrt{64} = 8$, ale na otázku žáka základní školy, proč neplatí $\sqrt{64} = (-8)$, když $(-8) \, . \, (-8) = 64$, odpovědět uspokojivě nedovedou. Přitom umí vcelku dobře formulovat pojem funkce a funkce inverzní.

1.2.2 Didaktika matematiky zaměřená na poznávací procesy žáka

Hlavním kritériem pro úspěšnou práci učitele matematiky je jeho vztah k dětem. Student, který má zájem pracovat s žáky na základní škole, je velmi cennou devizou. Pokud se chce skutečně stát učitelem matematiky, zpravidla vyvine hodně úsilí, aby se jím stal. Pro úspěšnou výuku matematiky je nezbytné sledovat, jak žáci vnímají to, co je jim předkládáno, jak se umí vyrovnat s abstraktními matematickými pojmy, jaké postupy jsou pro žáky optimální, zda žáci vidí v poznávacím procesu to, co vidí jejich učitel. Každý žák je výrazná individualita, má svůj vlastní matematický model, který je třeba odhalit a rozvíjet. Přitom je nutné respektovat skutečnost, že vytváření matematických poznatků je nepřenosné (přenosné jsou pouze informace). Při konkrétní práci při výuce matematiky si vnímavý učitel všímá myšlenkových pochodů žáků a vhodně je využívá, eventuálně citlivě usměrňuje. Zaměřuje se také na žáky se speciálními vzdělávacími potřebami, tj. žáky s poruchami učení v matematice, žáky matematicky nadané, i žáky tzv. „dvojí výjimečnosti“, tj. nadané žáky se souběžnou specifickou poruchou učení. Také zvládnutí problematiky komunikace se žáky v matematice vyžaduje mnoho znalostí a hlavně mnoho přemýšlení. Učitel by tedy měl respektovat osobnost žáka, zajistit pozitivní klima při výuce, zajistit dostatek prožitků při poznávání nových vědomostí, a podporovat touhu po vzdělávání. Cílem je nejen žáky vzdělávat v matematice, ale také formovat jejich osobnost v celém komplexu, vytvářet jejich citový vztah k matematice i k práci. Učitel by měl láskyplně přijmout žáky s problémy v matematice, žáky se specifickými poruchami učení a hledat cesty k jejich matematickému vzdělávání. Při hodnocení vztahu k matematice a retrospektivnímu pohledu na vzdělávání v matematice většina osob přikládá největší význam právě osobnosti učitele matematiky.

1.2.3 Didaktika matematiky zaměřená na metody práce

Učitel matematiky ve své práci využívá jednak metod práce v matematice (analýza, syntéza, indukce, dedukce, zobecňování, abstrakce apod.), jednak samozřejmě výukových metod práce, a to včetně všech moderních informačních a sdělovacích technologií. Volba metod by měla být adekvátní danému učivu i věku dětí a jejich chápání. Přehled výukových metod podává např. publikace Maňáka a Švece (2003). V posledních letech se stále více využívá metod podporovaných informačními technologiemi. Jedná se o počítačové programy nabízející procvičování učiva, e-učebnice apod., např. programy Geogebra, Cabri Geometrie, Maple, Mathematica aj. Využití informačních a komunikačních technologií přináší nové možnosti, přístupy a výzvy do vyučování matematiky, avšak samo o sobě nemusí být zárukou kvalitní ani moderní výuky matematiky.

Mezi učiteli z praxe i studenty často převládá názor, že transmisivní přístup k vyučování matematiky kdy učitel předvede potřebné postupy a žáci je reprodukují, je časově optimální a nejspolehlivější. Předávání hotových poznatků se jim jeví jako nejlepší. Snaha přesvědčit je o možnostech jiných přístupů se setkává s nedůvěrou. Avšak až sami na sobě (např. v kurzech dalšího vzdělávání pedagogických pracovníků) poznají postupy některých jiných přístupů, např. konstruktivistických, uznají jejich přednosti. Uvědomí si, že žáci si nejvíce zapamatují zážitky při vlastním objevování poznatků. Existuje jistá propast mezi teoretickým zvládnutím výukových metod a jejich uplatňováním ve vyučovacím procesu.

Zásady konstruktivních přístupů k vyučování matematiky jsou formulovány např. v publikaci Hejného a Kuřiny *Dítě škola a matematika* (2009, s. 194) či Stehlíkové (2004, s. 13). Jde o tyto zásady (uvedeno zkráceně):

I. *Matematika je chápána jako specifická lidská aktivita, nejen její výsledek.*
II. *Podstatnou složkou matematické aktivity je hledání souvislostí, řešení úloh a problémů, tvorba pojmů, zobecňování tvrzení, jejich prověřování a zdůvodňování.*
III. *Konstrukce poznatků. Poznatky jsou nepřenosné, vznikají v mysli poznávajícího člověka.*
IV. *Tvorba poznatků se opírá o zkušenosti poznávajícího.*
V. *Základem matematického vzdělávání je vytváření podnětného prostředí pro tvořivost.*
VI. *K rozvoji konstrukce poznatků přispívá sociální interakce ve třídě.*
VII. *Důležité je použití různých druhů reprezentace a strukturování poznatků.*
VIII. *Značný význam má komunikace.*
IX. *Vzdělávací proces je nutné hodnotit minimálně ze tří hledisek: porozumění matematice, zvládnutí matematického řemesla, aplikace matematiky.*
X. *K formálnímu poznání vede poznání založené na reprodukci informací.*

Z hlediska vzdělávání žáků se speciálními vzdělávacími potřebami jsou důležité všechny body, avšak nejvíce je třeba respektovat body III, IV, VIII, IX.

Konstruktivismu ve vyučování matematiky se věnuje také Molnár a kol. (2007).

1.2.4 Didaktika matematiky zaměřená na aplikace učiva v reálném životě

Poznatky získané studiem matematiky jako vyučovacího předmětu jsou využívány k řešení praktických situací a problémů z běžného života. Pokud jsou vědomosti získávány s porozuměním, pak je využití snadné. Příkladem může být např. využití matematických znalostí v rámci rozvoje finanční gramotnosti. Jednou z oblastí finanční gramotnosti je např. úrokování, které vyžaduje znalost učiva o procentech. Avšak aby žáci zvládli procenta, je třeba, aby se orientovali dobře v učivu o zlomcích, desetinných číslech. K tomu však potřebují dobrou znalost učiva o číslech přirozených.

V různých obdobích lze sledovat různá zaměření výuky matematiky. Například v některých učebnicích matematiky z let před druhou světovou válkou je výrazně preferována aplikace matematiky, názvy jednotlivých kapitol vycházejí z využití matematiky v běžném životě, např. „Drobné příjmy a úspory", „V obchodě", „Mezi skauty" aj. – viz Pátek a Trajer (1934). Po druhé světové válce se názvy kapitol mění na matematické, např. „Počítání s čísly celými, desetinnými i vícejmennými" (viz Matolín, 1950), nebo „Čtyři základní početní výkony s čísly celými" (viz Trajer at al. 1951). V 70. a 80. letech 20. století v období tzv. množinové matematiky byla výuka zaměřena více na obsah matematického učiva, v 90. letech se zaměřovala spíše na metody (např. skupinové vyučování, didaktické hry aj.). V současnosti se didaktika zaměřuje na žáka, hledají se vhodné aplikace, jak žákům matematiku přiblížit při řešení reálných problémů, v rámci diferencované a individualizované výuky.

1.3 Proces chápání přirozeného čísla

1.3.1 Abstrakce při vytváření pojmu přirozené číslo

Než děti pochopí pojem „přirozené číslo" v jeho abstraktní podobě (číslo bez vazby na konkrétní předměty – např. číslo 3 - bez kuliček), je třeba, aby zvládly to, co vytvoření pojmu předchází. V rámci tzv. předčíselných představ se jedná o charakterizování a identifikaci předmětů, porovnávání vlastností předmětů, poznávání shod a rozdílů, třídění předmětů podle určité charakteristické vlastnosti, uspořádání, přiřazování, chápání negace, chápání závislostí, apod. Postupně se oprošťují od viditelných vlastností předmětů a přecházejí k určení jejich počtu, kolik jich je. Tento proces je velmi složitý, neboť nejprve dítě chápe rozdíl mezi jedním prvkem a více prvky (tam jsou dva, tam také jsou dva, tam je hodně). Později se snaží konkrétní předměty nahrazovat symboly (prsty, kuličky na počítadle, tyčinky apod.). Po určité době dochází k tomu, že dítě nepotřebuje konkrétní předměty, aby určilo, kolik je např. dvě, pět apod., vytvoří se u něj abstraktní představa čísla. Avšak proces abstrakce nelze urychlit, je velmi individuální, u každého dítěte probíhá jinak a každé dítě by mělo mít dostatek podnětů při práci s konkrétními předměty, - tolik, kolik potřebuje (včetně počítání na prstech). Zároveň s tímto procesem se rozvíjí vyjadřování, kdy dítě užívá číslovky, aby dokázalo slovně určit počet. Přitom vyjmenování řady číslovek v přirozeném uspořádání by mělo být vždy založeno na pochopení pojmu – za každým slovem by si dítě mělo umět představit počet prvků. Rozvíjí se i složka grafická, kdy se dítě naučí počet zapsat číslicí. Od samého počátku by dítě mělo rozlišovat znak, tedy číslici a číslo, které vyjadřuje počet prvků. U jednociferných čísel je to pro děti složitější, protože číslo 3 zapíše symbolem 3. U víceciferných čísel je to již snazší, neboť k zápisu víceciferného čísla je zapotřebí více znaků.

Velmi důležitá je v této oblasti práce s dětmi v předškolním věku. Podrobně se této problematice věnují Kaslová (2010) či Nováková a Novák (2019). Rozvoj předmatematických představ dětí v předškolním věku v širším kontextu uvádí např. publikace Fuchse, Liškové a Zelendové (2015). Základní matematické představy (vnímání prostoru, vnímání času, vnímání kvantity aj.) z hlediska diagnostiky dítěte předškolního věku jsou uvedeny v publikaci Bednářové a Šmardové (2011).

Při postupném rozšiřování číselného oboru do deseti, dvaceti, sta, tisíce, milionu je třeba sledovat, s jakými problémy se dítě setkává jak při pochopení čísla, tak při jeho zápisu

Tento proces je možné přehledně znázornit:

Tab. 1: Proces při vytváření pojmu přirozené číslo

Aktivity s konkrétními předměty
Práce se symboly – 1. stupeň abstrakce
Pochopení čísla – 2. stupeň abstrakce
Vyslovení čísla
Zápis čísla – pochopení symbolu k zápisu čísla
Psaní číslic
Čtení čísel
Zápis čísel
Číselná řada

Jaké problémy se vyskytují u žáků se specifickými poruchami učení:

- Neumí vytvořit skupinu předmětů o daném počtu prvků.
- Neumí určit počet prvků dané skupiny.
- Nejsou schopni oprostit se od konkrétních představ, nevytvoří se pojem číslo.
- Neumí vyjmenovat řadu čísel v přirozeném uspořádání, některá čísla vynechávají, některá opakují, nedodrží pořadí.
- Nepochopí podstatu poziční desítkové soustavy.
- Mají problémy s rozlišováním číslic, záměnou tvarově podobných číslic.
- Mají problémy s pravolevou orientací u číslic jednostranně orientovaných (neví, na kterou stranu se píše trojka, sedmička aj.), problémy se zápisem víceciferných čísel, např. nerozlišují 26, 62.
- Mají problémy se zápisem čísel, ve kterých se vyskytují nuly.
- Nečitelné nebo nedbalé psaní číslic, chyba může pramenit ze špatných zápisů, nikoliv z neznalosti matematiky.
- Neumí přečíst víceciferná čísla.
- Neumí skloňovat číslovky.

1.3.2 Porovnávání přirozených čísel

Porovnávání přirozených čísel je velmi potřebné v běžném životě, neboť neustále něco porovnáváme, např. ceny zboží, sportovní výkony, vzdálenosti, hmotnosti, časové údaje, počty obyvatel, rozlohy států apod. Proces výuky tohoto učiva má své zákonitosti.

a) Nejprve se děti učí chápat vztahy „více“, „méně“, „stejně“ bez čísel. K tomu se využívá nejrůznějších obrázků a tvoření dvojic (kytičky, motýli, dvojice chlapec a děvče). Při přiřazování obrázků do dvojic zjistí, že některé obrázky nejsou ve dvojici, je jich tedy více.

b) Teprve ve druhé fázi se ke skupinám prvků přiřadí čísla a porovnávají se přirozená čísla pomocí vztahů „větší“, „menší“, „rovná se.“
Učí se technika používání znaků „>“, „<“, „=“.

K porovnávání přirozených čísel se využívá nejprve zobrazení, později číselné osy, u větších čísel se využívá porovnávání pomocí zápisu čísla v desítkové soustavě.

Specifickým náročným učivem jsou slovní úlohy, ve kterých se vyskytuje porovnávání čísel pomocí vztahů o *n* více (méně), *n*-krát více (méně). Podrobněji viz kapitola Slovní úlohy.

Problémy dětí při porovnávání přirozených čísel:

- Nepochopení znaků „<“ a „>“ pro porovnávání a nezvládnutí jejich umisťování mezi čísla. Žák ví, nebo tuší, které číslo je větší, ale umístění znaku pro porovnávání mu činí problémy.
- Nerozlišování porovnávání velikosti předmětů a jejich počtu.
- Nepochopení rozdílu mezi rovností množin a ekvivalencí množin.
- Nesprávné zdůvodňování při používání číselné osy (pomocí vzdálenosti od nuly).
- Problémy při porovnávání velkých čísel.
- Problémy při řešení slovních úloh, ve kterých se vyskytují vztahy o *n* více (méně), *n*-krát více (méně).

1.3.3 Zaokrouhlování přirozených čísel

Zaokrouhlování přirozených čísel se řídí přesnými pravidly stanovenými českou státní normou. Využívá se v běžném životě k určení přibližných čísel, k odhadům výsledků početních operací, k uvádění výsledků měření apod. Při zaokrouhlování čísel se děti musí zaměřit na dva řády – řád, na který se zaokrouhluje, a řád, který je o jedna nižší. Je výhodné, když si je nějak zvýrazní, např. barevně.

Problémy žáků při zaokrouhlování přirozených čísel:

- Pracují pouze se dvěma aktuálními číslicemi, ostatní číslice opíší, např. výsledek úkolu: „číslo 42 654 zaokrouhlete na tisíce“ – zapíší 43 654.
- Víceciferná čísla zapíší jen do řádu, na který zaokrouhlují, například výsledek úkolu: „číslo 54 175 zaokrouhlete na stovky“ zapíší 200.
- Používají nesprávné analogie – při zaokrouhlování nahoru číslici zaokrouhlovaného řádu zvýší o jedna, při zaokrouhlování dolů ji o jedna sníží.
- Zaokrouhlují již zaokrouhlené číslo (postupné zaokrouhlování – což není přípustné).

1.3.4 Rozklady čísel

Při rozkladech čísel jde o vytvoření dvou nebo více částí z celku. Při vytváření čísel větších než 5 si někteří žáci čísla strukturují podle svého vidění, např. 7 vidí jako 2, 2, 2, 1, – jiný žák vidí 5, 2, další 3, 4 apod. K hlubšímu pochopení čísla i k provádění operací s čísly (zejména sčítání a odčítání s přechodem přes základ deset) mohou žákům napomoci rozklady čísel na dvě části. Například číslo 7 má rozklady:

- 0, 7; 1, 6; 2, 5; 3, 4; 4, 3; 5, 2; 6, 1; 7, 0.

V dalším učivu pak žáci rozkládají dvojciferná čísla na desítky a jednotky, víceciferná čísla postupně na stovky, desítky, jednotky, atd. Tyto rozklady také slouží k lepšímu pochopení rozvinutého zápisu čísla v desítkové soustavě.

- například: $26\,803 = 2 \cdot 10\,000 + 6 \cdot 1\,000 + 8 \cdot 100 + 0 \cdot 10 + 3 \cdot 1$

Je to vhodná příprava do budoucna, kdy žáci budou zapisovat rozklady čísel pomocí mocnin deseti:

- $26\,803 = 2 \cdot 10^4 + 6 \cdot 10^3 + 8 \cdot 10^2 + 0 \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^0$

Později budou vyjadřovat velká čísla pomocí mocnin deseti, např. $7{,}5 \cdot 10^6$.

1.4 Operace s přirozenými čísly

Základní operace s přirozenými čísly – sčítání, odčítání, násobení a dělení – jsou u žáků se specifickými poruchami učení zdrojem největšího množství problémů, a to jak při počítání pamětném, tak při počítání písemném. Je třeba si uvědomit, že k úspěšnému zvládnutí operací a jejich využívání v dalším učivu i v dalších předmětech je vhodné respektovat tyto nezbytné faktory:

- Žáci by měli pochopit význam každé z operací, tj. co se s čísly děje, když se sčítají, odčítají, násobí, dělí. K tomu je potřeba, aby každá z operací byla řádně vyvozena a aby žáci dokázali uvést příběh k danému spoji, například:
    - $3 + 5$ nebo $3 \cdot 5$.
- Metodický postup při vyvozování operací by měl respektovat dva stupně potřebné abstrakce, aby docházelo k zobecnění, například že vždy platí, $3 + 5 = 8$. Při vyvozování každé z operací by se mělo vycházet z práce s konkrétními předměty, z dramatizace nebo z volby vhodné motivační situace. Učitel by ji měl graficky

znázornit pomocí symbolů a potom zapsat příklad. Podrobné postupy a ilustrace pro jednotlivé operace jsou uvedeny např. v publikaci Blažkové (2017).

- Výpočty při písemných operacích jsou snazší, pokud žáci chápou význam základních spojů a znají je zpaměti. Pamětné memorování spojů bez pochopení jejich významu je škodlivé. V praxi se setkáváme se žáky, kteří jsou učeni základní spoje násobení bez pochopení, co vlastně násobení je, žáky to nebaví a hned spoje zapomenou. Učí se tak neustále dokola něco, co je naprosto neefektivní. Avšak pokud žák umí násobilku a ví, co dělá, když čísla násobí, má usnadněno mnoho dalšího učiva (písemné násobení, dělení, sčítání, odčítání, násobení, dělení zlomků, učivo o dělitelnosti přirozených čísel, úpravy algebraických výrazů, řešení rovnic, početní geometrické úlohy apod.).

- Nácvik jednotlivých spojů by měl respektovat individuálnost poznávacích procesů každého žáka.

- Některým žákům vyhovuje analogie, např.
  - 3 + 5 = 8; 13 + 5 = 18; 73 + 5 = 78;
  - 30 + 50 = 80; 300 + 500 = 800; 43 + 25 = 68; atd.

  Některým žákům vyhovují rozklady čísel, avšak podle jejich „vlastního vidění“. Najdou se žáci, kteří rozkládají k číslu 5, například
  - 8 + 7 počítají tak, že číslo 8 rozloží na 5 a 3, číslo 7 rozloží na 5 a 2 a počítají 5 + 5 = 10, 3 + 2 = 5, 10 + 5 = 15, tedy 8 + 7 = 15.

  Při počítání součtu 47 + 29 rozloží číslo 29 na 3 a 26 a počítají:

  - 47 + 3 = 50, 50 + 26 = 76.
  - Nebo číslo 47 rozloží na 46 a 1 a počítají 29 + 1 = 30, 46 + 30 = 76.

- Je třeba respektovat osobní strategie žáka. Pokud si vytvoří svůj vlastní postup a ten je matematicky správný a lze jej využít obecněji, pak se žáku ponechá a nevnucuje se mu přístup, který používají rodiče či učitel. Jestliže žák např. počítá 64 − 37 tak, že 37 rozloží na 4 a 33 a dále 33 rozkládají na 30 a 3 a při výpočtu postupuje:
  - 64 − 4 = 60, 60 − 30 = 30, 30 − 3 = 27,

  tento přístup je mu bližší, než rozklad menšitele na desítky a jednotky. Není však možné respektovat chybný postup, kdy rozkládá menšence i menšitele na desítky a jednotky a počítá:

  - 60 − 30 = 30, 4 − 7 nejde, tak 7 − 4 = 3, 30 + 3 = 33, jako by počítal 67 − 33.

- Není vhodné, když žáci přičítají nebo odečítají po jedné, například 4 + 3 počítají: 5, 6, 7. Příklad 8 – 5 počítají:
    - 7, 6, 5, 4, 3.

  Častokrát žáci začnou počítat s číslem 4 (4, 5, 6) a vždy jim vyjde součet o jednu menší, než je skutečný součet.

  Podobně při odčítání počítají 8, 7, 6, 5, 4 a rozdíl vždy vyjde o jedna větší, než je správný rozdíl.

Problémy žáků při provádění operací s přirozenými čísly:

- Nepochopení významu některé z operací (sčítání, odčítání, násobení, dělení).
- Nepochopení podstaty poziční desítkové soustavy, počítání s čísly různých řádů, např.
    - 2 + 50 = 70; 62 – 4 = 22.
- Počítání po jedné při sčítání a odčítání.
- Uplatňování nesprávných analogií, používání vlastních, nesprávných postupů.
- Učení se základním spojům operací zpaměti, bez porozumění.
- Zafixování chybných spojů, např.
    - 8 + 7 = 13; 7 · 8 = 54.
- Záměna operací, např. 5 + 2 = 10, kdy zamění sčítání za násobení.
- Při písemných algoritmech nezvládnutí schématu algoritmu.
- Problémy při sčítání a odčítání s přechodem přes základ deset.
- Při odčítání odčítají menší číslo od většího, i když je v menšiteli.
- Při dělení zaměňují dělence a dělitele.

Poznámka: Podrobné postupy k vyvození jednotlivých operací a reedukační postupy jsou uvedeny v publikaci Blažkové (2017).

1.5 Jednotky měr

V rámci mnoha činností se žáky s poruchami učení v matematice se jako jeden ze závažných problémů jeví počítání s jednotkami měr. Chápání jednotek měr – tj. jednotek délky, obsahu, objemu, hmotnosti, času a měny i vztahů mezi nimi a převodů jednotek je pro žáky svízelné. Úkolem je najít komunikační cestu, která žáky osloví, a volit takové metody práce, které žákům usnadní pochopení tohoto učiva. Úspěšné zvládnutí základních jednotek je předpokladem pro to, aby žáci mohli dále pracovat s jednotkami složenými, jako jsou např.

jednotky rychlosti, hustoty, síly, astronomické jednotky a další, a úspěšně je používali v ostatních předmětech.

Počítání s fyzikálními veličinami a s pojmenovanými čísly přináší žákům řadu potíží, z nichž nejčastější jsou:

- Nemají správnou představu o veličině ani o jednotce.
- Neumí odhadnout ani přibližně velikost míry určité veličiny.
- Mají problémy s převody jednotek příslušných veličin.
- Nechápou souvislost mezi násobením mocninami deseti – chápou násobení ve smyslu 5 m ·10 = 50 m, když se úsečka zvětší desetkrát, ale již ne ve smyslu 5 m = (5 · 10) dm, kdy se jedná o tutéž délku úsečky vyjádřenou jinou jednotkou.
- Nechápou souvislost převodů jednotek měr a násobení a dělení přirozených nebo desetinných čísel čísly 10, 100, 1000 atd.
- Obtížně chápou, že „menších" jednotek je „více", a naopak – např. 5 dm = 50 cm, 500 cm = 5 m.
- Neumí samostatně využít poznatků z reálného života.

Při seznamování žáků s jednotkami měr je nutné dodržovat vhodný metodický postup. Některé kroky tohoto postupu jsou:

a) Vytváření správné představy o jednotce příslušné veličiny.
b) Měření předmětů (zejména délek, hmotností, času).
c) Procvičování odhadů.
d) Převody jednotek.
e) Využití pomůcek k převodům jednotek.
f) Schopnost pracovat v šedesátkové soustavě při práci s jednotkami času.
g) Respektování mezinárodní soustavy měr a vah SI.
h) Schopnost pracovat s jednotkami měr v aplikačních úlohách a dalších výukových předmětech (zejména přírodovědných).

Podrobně je téma zpracováno v publikaci Blažkové (2017).

1.6 Slovní a aplikační úlohy

Na řešení slovních úloh lze sledovat úroveň osvojení matematických poznatků, neboť žák má prokázat, zda umí jednotlivé operace s čísly využít k řešení konkrétních úkolů a problémů.

Slovní úlohy lze třídit podle mnoha různých hledisek, avšak základní třídění je podle počtu operací, které jsou potřeba k jejich vyřešení. Z tohoto hlediska rozlišujeme slovní úlohy jednoduché a slovní úlohy složené. K řešení jednoduché slovní úlohy je třeba pouze jedné operace (dvě čísla známe, třetí počítáme), složené slovní úlohy vyžadují k řešení více než jednu operaci. Žáci s SPU jsou zpravidla schopni řešit jednoduché slovní úlohy, ve složených se orientují obtížně. Většinou vyhledají v zadání všechna čísla zadaná ciframi a ty sečtou, bez ohledu na kontext.

Proč mají žáci s řešením slovních úloh problémy, co je jejich příčinou:

- Délka textu zadání slovní úlohy. Příliš dlouhý text je pro žáky obtížně zapamatovatelný, nestačí zachytit podmínky úlohy **a** otázku.
- Tematika slovní úlohy. Náměty úloh by měly vycházet z nejbližšího okolí žáků, měly by vycházet z jejich zájmů
- Znalost použitých pojmů v zadání. Často se stává, že některým slovům použitým ve slovních úlohách žáci nerozumí (jsou pro ně archaické nebo se s nimi nikdy nesetkali apod.).
- Čtení s porozuměním. Pokud je žák dyslektik, a má problémy se čtením s porozuměním, tuto skutečnost je třeba v matematice zohlednit a volit jiný způsob zadání, např. obrázkem. K obrázku pak může žák vytvářet slovní úlohy podle své úrovně.
- Způsob formulace otázky. Na otázku se při řešení úlohy zaměřujeme jako na první, ptáme se, co máme vypočítat, a tomu pak přizpůsobujeme další postup řešení slovní úlohy. Některé slovní úlohy mohou být formulovány bez otázky, a tu si pak žáci samostatně vytvářejí.
- Způsob zadání číselných údajů (4 děti, čtyři děti). Pokud jsou číselné údaje zadány ciframi, žáci je registrují. Pokud jsou zadány číslovkami, zpravidla je nevidí.
- Přepis jazyka českého do jazyka matematiky (zápis příkladu, rovnice aj.). Toto je nejobtížnější část řešení slovní úlohy. Analýza vztahu mezi zadanými údaji a otázkou a volba početní operace je obtížná, zejména u složených slovních úloh.
- Vyřešení matematické úlohy. Zde se může projevit některá z dyskalkulických chyb, které provázejí žáky při počítání s čísly. Tato chyba není podstatná, pokud byla slovní úloha jinak správně řešena.
- Ověření výsledku. Žáci by se měli přesvědčit o správnosti svého řešení. Jednak by měli kontrolovat správnost provedených operací (např. na kalkulačce), jednak by měli kontrolovat správnost řešení slovní úlohy. Velmi často se stává, že početní operace jsou provedeny správně, avšak řešení slovní úlohy je chybné.

- Porovnání s realitou. Někdy žáci uvádějí naprosto nesmyslná řešení slovních úloh, proto je potřeba zařazovat otázky typu: Je to možné?

Specifickým náročným učivem jsou slovní úlohy, ve kterých se vyskytuje porovnávání čísel pomocí vztahů o *n* více (méně), *n*-krát více (méně). Pokud tyto úlohy žáci správně nepochopí jako úlohy jednoduché, řešené v oboru čísel přirozených, nezvládnou řešení úloh složených a úloh řešených v jiných číselných oborech (desetinná čísla, zlomky).

Je třeba rozlišit slovní úlohy na pouhé sčítání (odčítání) od slovních úloh na porovnávání. Ve všech případech dětem k řešení napomůže vhodné grafické znázornění. Všimněme si podrobněji, jak se jeden příklad (5 + 3) může v různých slovních úlohách objevovat v různém kontextu. Sledujme zadání tří úloh, které se řeší stejným matematickým příkladem, avšak kontext je různý.

- Jirka měl 5 modelů autíček, 3 dostal od dědečka. Kolik modelů autíček má celkem?

  J o o o o o o o o 5 + 3 = 8 Jirka má 8 modelů autíček.

  Zkouška: Buď „krok zpět“, kdy slovní úlohu projdeme znovu, nebo formulací obrácené slovní úlohy (např. Jirka měl 5 modelů, několik dostal od dědečka, potom jich měl 8. Kolik modelů dostal od dědečka?).

- Jirka má 5 modelů autíček, Ondra má o 3 modely více než Jirka. Kolik modelů má Jirka?

  J o o o o o
O o o o o o o o o 5 + 3 = 8 Ondra má 8 modelů autíček.

  Zkouška: O J
8 5 $8 > 5$ o 3.

- Jirka má 5 modelů autíček, a to je o 3 modely méně, než má Ondra. Kolik modelů má Ondra?

  J o o o o o
O o o o o o o o o 5 + 3 = 8 Ondra má 8 modelů autíček.

  Zkouška: J O
5 8 $5 < 8$ o 3.

Poslední úloha se označuje jako úloha s tzv. antisignálem, kdy se vztah „méně“ řeší pomocí sčítání. V rozboru je třeba uvést vzájemný vztah mezi oběma chlapci, tj. když jeden má o 3 méně než druhý, má ten druhý o 3 více než první.

Analogické slovní úlohy lze formulovat pro odčítání.

- Pavel měl 8 kuliček, 3 prohrál. Kolik kuliček měl po hře?
- Pavel měl 8 kuliček, Filip měl o 3 kuličky méně než Pavel. Kolik kuliček měl Filip?
- Pavel měl 8 kuliček, a to bylo o 3 kuličky více, než měl Filip. Kolik kuliček měl Filip?
- Pavel měl 8 kuliček, Filip měl 5 kuliček. O kolik kuliček měl Pavel více než Filip? (O kolik kuliček měl Filip méně než Pavel?)

Zkouška správnosti řešení úlohy je v každém případě jiná. Pokud děti pořádně nepochopí řešení těchto jednoduchých úloh, mají pak problémy s řešením složené úlohy:

- Jirka má 5 modelů autíček, Ondra má o 3 modely více než Jirka. Kolik modelů mají dohromady?

Slovní úlohy se vztahy *n* krát více (méně), ve kterých se využívá operací násobení a dělení, jsou pro děti náročnější.

- Děti utvořily tři skupiny po pěti. Kolik bylo všech dětí?

  o o o o o   o o o o o   o o o o o $3 \cdot 5 = 15$ Všech dětí bylo 15.

  Zkouška: $5 + 5 + 5 = 15$

- Na hřišti bylo 5 děvčat, chlapců tam bylo třikrát více než děvčat. Kolik bylo na hřišti chlapců?

  D o o o o o

  Ch o o o o o   o o o o o   o o o o o $3 \cdot 5 = 15$ Na hřišti bylo 15 chlapců.

  Zkouška: CH   D

  15   5 $15 > 5$ třikrát.

- Na hřišti bylo 5 děvčat, a to bylo třikrát méně než chlapců. Kolik bylo na hřišti chlapců?

  D o o o o o

  Ch   o o o o o   o o o o o   o o o o o $3 \cdot 5 = 15$ Na hřišti bylo 15 chlapců.

  Zkouška: D   CH

  5   15 $5 < 15$ třikrát.

Rozbor – u úloh s antisignálem využíváme vzájemného vztahu: když děvčat bylo třikrát méně než chlapců, chlapců bylo třikrát více než děvčat.

Poznámka: Při tomto grafickém znázornění je možné se setkat se žáky, kteří v obrázku nevidí „třikrát více“, ale „o dvakrát více“. Někteří žáci potřebují slovní vyjádření „třikrát tolik“, jiní lépe chápou jiný obrázek, např.:

D	*o o o o o*
Ch	*o o o o o*
	o o o o o
	o o o o o

Analogické slovní úlohy se formulují pro operaci dělení.

- Rozdělte 15 dětí do tří skupin. Kolik dětí bude v každé skupině?
- Na hřišti bylo 15 chlapců, děvčat tam bylo třikrát méně. Kolik bylo na hřišti děvčat?
- Na hřišti bylo15 chlapců, a to bylo třikrát více, než bylo děvčat. Kolik děvčat bylo na hřišti?
- Na hřišti bylo 15 chlapců a 5 děvčat. Kolikrát více bylo chlapců než děvčat? (Kolikrát méně bylo děvčat než chlapců?)

Při řešení složených slovních úloh je vhodné (pokud to žáci nezvládají samostatně) rozdělit složenou úlohu na několik jednoduchých pomocí doplnění návodných otázek. Důležitý je také číselný obor, ve kterém žáci pracují. Pokud se obtížně orientují ve velkých číslech (řádu stotisíců a výše), je vhodné, aby pracovali s čísly, která zvládají. Problematická může být také orientace ve slovních úlohách, ve kterých se vyskytují zlomky a desetinná čísla.

Metodické pokyny k řešení slovních úloh jsou uvedeny např. v publikaci Blažkové, Matouškové a Vaňurové (2011).

1.7 Zlomky a desetinná čísla

Pojem zlomku se vytváří dlouhodobě, již od předškolního věku. Děti v mateřské škole velmi dobře chápou, co je polovina rohlíku, polovina jablíčka apod. Cílem je, aby došlo k potřebné abstrakci, aby se žáci ve školním období od chápání zlomku jako části celku dostali k pochopení zlomku jako čísla (reprezentanta čísla racionálního). Tento proces vyžaduje mnoho činností, ve kterých se prostřednictvím kreslení, překládání papíru, modelování aj. žáci postupně oprošťují od konkrétních předmětů a začínají chápat význam zlomku jako čísla, tedy např. jedna polovina nezáleží na tom, jaký objekt dělím, ale že dělím cokoliv na dvě části (Podrobněji například Blažková, Matoušková a Vaňurová (2013); Budínová (2015); Blažková (2017).

Postupně se pak žáci seznamují s různými druhy zlomků (zlomek pravý, nepravý), porovnáváním zlomků, krácením a rozšiřováním zlomků, s operacemi sčítání, odčítání, násobení a dělení zlomků, se složenými zlomky. Pro žáky s SPU volíme příklady s nižšími čísly a pro operace zlomky v počtu dva, nejvýše tři.

K vytvoření pojmu desetinné číslo je vhodné postupovat přes pojem desetinný zlomek a desetinné číslo vytvářet jako jiný zápis desetinného zlomku. Výhodou je, že nalézt pro výuku desetinných čísel motivační příklady z běžného života je snadné – je možné počítat jednak s příklady z obchodního styku, jednak s jednotkami měr. Početní výkony s desetinnými čísly využívají zkušenosti žáků s počítáním s přirozenými čísly. Všechny problémy, které se vyskytují při počítání s čísly přirozenými, se objevují i při počítání s čísly desetinnými. Metodické postupy k zvládnutí tématu desetinných čísel jsou například v publikaci Blažková, Matoušková, Vaňurová (2014).

1.8 Závislosti, vztahy, práce s daty

V tématu *závislosti* jde, mimo jiné, o pochopení pojmu funkce. Vývoj pojmu se odvíjí od pochopení pojmu přímá úměrnost (kolikrát se zvětší jedna veličina, tolikrát se zvětší druhá veličina) a pojmu lineární funkce. Přímou úměrnost chápou žáci s SPU snáze, neboť navazuje na násobky čísel (např. jeden jogurt stojí 8 Kč, kolik Kč stojí 2, 3, 4, 5, … jogurtů?). Složitější je pojem nepřímá úměrnost (kolikrát se zvětší jedna veličina, tolikrát se zmenší druhá veličina), kdy žáci chápou lépe diskrétní situace (např. máš 20 rohlíků, kolik rohlíků dostane každý skaut, když je jich 10, 5, 4, 2), než situace spojité.

Práce s daty seznamuje žáky se základními pojmy popisné statistiky. U žáků se specifickými poruchami učení se zaměřujeme zejména na grafické zpracování statistických údajů prostřednictvím diagramů, čtení údajů z grafu či diagramu a zápis údajů do diagramu. Typy diagramů (obrázkový, sloupkový, úsečkový, kruhový, spojnicový) volíme podle schopností žáků tyto diagramy vnímat. Tato činnost je pro žáky s SPU velmi prospěšná, protože obrázek je pro ně daleko instruktivnější, než např. tabulka, ve které jsou číselné údaje zapsány.

1.9 Geometrie v rovině a prostoru

Obsah učiva geometrie na druhém stupni ZŠ je v RVP pro ZV uveden v tematickém okruhu Geometrie v rovině a v prostoru a je zaměřen zejména na rovinné útvary, polohové a metrické vlastnosti, prostorové útvary, konstrukční úlohy, geometrická zobrazení. Pro některé žáky s poruchami učení může být geometrie příznivější než aritmetika a algebra. Školská matematika se však orientuje více na početní stránku (výpočty obvodů a obsahů rovinných geometrických útvarů a povrchů a objemů těles) než na rozvíjení geometrických představ. Pro žáky s dysgrafií může být problémem rýsování geometrických útvarů a řešení konstrukčních úloh.

1.9.1 Základní problémy žáků v oblasti základních pojmů

- Nerozlišování některých geometrických útvarů, např. obdélníku, čtverce, kružnice, kruhu nebo přímky, úsečky apod.
- Nerozlišování geometrického útvaru a jeho hranice.
- Nerozlišování geometrických útvarů v různých polohách, různě otočených, v různém tvaru apod.

1.9.2 Základní problémy žáků s poruchami učení v oblasti početní geometrie

- Správné chápání pojmů obvod a obsah geometrického útvaru (pokud nejsou pojmy správně vyvozeny, nerozlišují je, pletou si je). Podstatné je, aby žáci vnímali obvody, obsahy rovinných geometrických útvarů, povrchy, objemy těles jako čísla (s jednotkou), která jsou těmto geometrickým útvarům přiřazena.
- Nerozlišení geometrického útvaru a jeho míry (velikosti). Na otázku „co je obsah obdélníku" odpovídají „to je ten obdélník".
- Pouhé pamětné se naučení vzorců a vztahů snižuje význam geometrického učiva a soustřeďuje se jen na dosazování a aritmetické operace.
- Práce s jednotkami měr. Požadavek pracovat s velikostmi útvarů ve stejných jednotkách vyžaduje zvládnutí převodů jednotek měr.
- Problémy v provádění operací s racionálními čísly.

1.9.3 Základní problémy žáků v oblasti konstrukční geometrie

- Problémy žáků se objevují zejména v analýze problému, kdy má žák na základě zadaných údajů sestavit posloupnost činností, které by měl realizovat, aby úlohu vyřešil a geometrický útvar narýsoval. Žáci musí uplatnit určitou míru geometrické představivosti a schopnosti naplánovat postup řešení. Uplatňují zde znalosti o geometrických útvarech a jejich vlastnostech, což je pro žáky s SPU problematické.

- Další problémy se objevují v souvislosti s jemnou motorikou (práce s rýsovacími potřebami) či problémy s dysgrafií (kreslení a rýsování).
- Určitou pomůckou mohou být počítačové programy, které řešení úloh vysvětlí. Avšak základní konstrukce by měli i žáci s SPU zvládnout.

1.9.4 Základní metody práce v geometrii

- Rozvíjení geometrické a prostorové představivosti (kreslení, vytváření koláží, stavby z krychlí a dalších těles, vystřihování souměrných útvarů aj.).
- Samostatné manipulativní činnosti žáka.
- Rozvíjení konstrukčních dovedností žáků.
- Odvození vztahů pro výpočty na základě vlastní činnosti žáků.
- Upevnění geometrického učiva řešením aplikačních úloh.
- Vytváření projektů s geometrickým obsahem (zařízení pokoje, plánek bytu, domu, zahrady či sportovního areálu, model vesnice, města aj.).

Vzhledem k tomu, že učitel by měl vytvářet matematické pojmy v duchu správných definic těchto pojmů (i když je od žáků nevyžaduje), by měl vytvořit představu úsečky, polopřímky a přímky jako výchozích pojmů. V návaznosti na tyto pojmy se postupně vytvářejí další pojmy, jako jsou úhel, trojúhelník, čtyřúhelník, kružnice, kruh; vždy je nutné dbát na precizní vybudování těchto pojmů. Pokud žákům není jasné, co který geometrický útvar je, mají problémy v dalších částech učiva (např. nevnímají celý útvar, ale jen jeho hranici). Výhodou je dostupná motivace, neboť reprezentanti geometrických útvarů nás obklopují v každém okamžiku.

K ilustraci geometrických pojmů je vhodné nejprve využívat manipulativních činností, např. sestavování koláží, skládání tangramu, tetrixu a jiných podobných her. V prostorové geometrii jde o stavby z krychlí a jiných těles. Při realizování těchto činností se žáci s geometrickými útvary seznamují přirozenou cestou.

2 Teoretická východiska – vymezení pojmů v rámci specifických poruch učení se zaměřením na matematiku

2.1 Specifické poruchy učení (zejména dyslexie, dysgrafie, dysortografie) a jejich vliv na úspěšnost žáků v matematice

Od dob počátků vzdělávání je známa zkušenost, že všichni žáci nemají stejné předpoklady k učení a k získávání nových poznatků. Někteří se učí snadno, jiní s problémy. Například již ve starověku, při výuce trivia, se hledaly přístupy a metody, které by napomohly žákům, kteří měli se zvládáním těchto základů, problémy. V dalších obdobích řada významných vědců a pedagogů věnovala pozornost žákům, kteří měli výukové problémy, a přitom byli intelektově na dobré úrovni. Mezi těmito osobnostmi můžeme jmenovat např. Erasma Rotterdamského (1567–1636), Jana Ámose Komenského (1592–1670), Johna Locka (1632–1704), Johanna Heinricha Pestalozziho (1746–1827), Johana Friedricha Herbarta (1776–1841) a mnoho dalších. V 19. a 20. století se začínají problémy dětí s učením zkoumat v praktické i teoretické rovině jak po stránce psychologické, tak po stránce pedagogické. Problematika specifických poruch učení se dostává do širšího povědomí jak mezi učiteli, tak mezi rodiči. Mezi význačné české osobnosti, které se poruchám učení věnovaly, můžeme zařadit např. Antonína Heverocha. Otokara Chlupa či Zdeňka Matějčka. V současnosti se vzdělávání zaměřuje na rozvoj celé osobnosti žáka a preferují se speciálně pedagogické přístupy.

Specifické poruchy učení jsou systematicky studovány psychology a speciálními pedagogy od druhé poloviny dvacátého století. V roce 1976 vydal Úřad pro výchovu v USA definici specifických vývojových poruch učení v tomto znění: „Specifické poruchy učení jsou poruchami v jednom nebo více psychických procesech, které se účastní porozumění nebo užívání řeči, a to mluvené i psané. Tyto poruchy se mohou projevovat v nedokonalé schopnosti naslouchat, myslet, číst, psát nebo počítat. Zahrnují stavy, jako je např. narušené vnímání, mozkové poškození, lehká mozková dysfunkce, dyslexie, vývojová dysfázie atd.“ (Matějček 1987).

Experti Národního ústavu zdraví ve Washingtonu spolu s experty Ortonovy společnosti a dalších institucí formulovali v roce 1980 následující definici: „Poruchy učení jsou souhrnným označením různorodé skupiny poruch, které se projevují zřetelnými obtížemi při nabývání a užívání takových dovedností, jako je mluvení, porozumění mluvené řeči, čtení, psaní, matematické usuzování nebo počítání. Tyto poruchy jsou vlastní postiženému jedinci a předpokládají dysfunkci centrálního nervového systému, i když se porucha učení může vyskytovat souběžně s jinými formami postižení (např. kulturní zvláštnosti, nedostatečná nebo nevhodná výuka, psychogenní činitele), není přímým následkem takových postižení nebo nepříznivých vlivů." (Matějček, 1987).

Věra Pokorná (2010) cituje přístupy některých autorů z USA. Například Spear-Swerling (1999) uvádí rozšířenou definici specifických poruch učení: „Specifické poruchy učení znamenají poruchu v jednom nebo více základních psychických procesech, zahrnujících porozumění nebo používání jazyka, mluveného nebo psaného, která se může projevit v nedokonalé schopnosti naslouchat, myslet, mluvit, číst, psát nebo provádět matematické výpočty. Termín zahrnuje takové podmínky, jako jsou percepční nedostatky, mozková poranění, lehké mozkové dysfunkce, dyslexie a vývojová afázie. Termín nezahrnuje jedince s problémy v učení, které jsou primárně důsledkem zrakového, sluchového nebo motorického handicapu, mentální retardace, emočního vzrušení nebo kulturně či ekonomicky znevýhodněného prostředí."

V roce 1992 byly v 10. revizi Mezinárodní klasifikace nemocí uvedeny v oddíle F 80 až F 89 Poruchy psychického vývoje a v části F 81 Specifické vývojové poruchy školních dovedností:

F 81.0 Specifické poruchy čtení;

F 81.1 Specifické poruchy psaní;

F 81.2 Specifické poruchy počítání;

F 81.3 Smíšená porucha školních dovedností;

F 81.8 Jiné vývojové poruchy školních dovedností;

F 81.9 Vývojové poruchy školních dovedností nespecifikované.

(Mezinárodní klasifikace nemocí. 2013).

V odborné literatuře jsou uváděny specifické poruchy učení – dyslexie, dysgrafie, dysortografie, dyskalkulie, dysmúzie, dyspinxie, dyspraxie; všechny tyto poruchy mají vliv na úspěšnost žáků v matematice. Navzájem se ovlivňují a není možné je při výuce matematiky nebrat v úvahu. Uvádíme vliv specifických poruch učení na výsledky matematického vzdělávání:

Dyslexie. Problémy žáků, které se projevují v oblasti rozlišování jednotlivých písmen, rychlosti čtení, správnosti čtení nebo porozumění čtenému textu, se objeví i v matematice. Pro dyslektika je obtížné rozlišovat jednotlivé číslice, číst s porozuměním slovní zadání matematických úloh, zejména pak slovních úloh, ve kterých je třeba provést přepis textu uvedeného českou větou do matematického jazyka. Pro některé dyslektiky je náročné číst také symbolický matematický zápis. Mezi dyslektiky však můžeme najít děti, které více rozumí symbolickému matematickému zápisu než textu v běžném jazyce. Z nepochopení zadání úlohy pak vyplývají nesmyslné matematické zápisy.

Dysgrafie. Porucha postihuje osvojování si jednotlivých písmen, spojení hláska – písmeno, úpravu písemného projevu. V matematice má dysgrafik problémy s osvojením si jednotlivých číslic a znaků, spojením „čísla" a „zápisu čísla pomocí číslic", rozlišením pojmů „číslo" a „číslice" a jejich zápisem, dále pak se zápisem čísel v řádcích (např. neudrží stejnou velikost všech číslic v zápisu víceciferného čísla) nebo se zápisem čísel v algoritmech, kde záleží na přesnosti zápisu čísel podle jednotlivých řádů. Chyby v matematických operacích mohou být častěji způsobené neupraveností zápisu než neznalostí matematického učiva. Výrazná pomalost vede k nedostatku času, například při testech.

Dysortografie. Porucha pravopisu. Nejde o hrubé chyby způsobené neznalostí, ale o specifické problémy související např. s nerozlišováním sykavek, délky samohlásek, měkčení apod. Žáci vynechávají, přidávají a přesmykují písmena, neudrží hranice slova. Totéž se projevuje při zápisu čísel (časté vynechávání nuly). Dysortografie se také může projevit při tzv. diktovaných pětiminutovkách, kdy dítě musí v mysli bez vizuální podpory zpracovat příliš mnoho jevů najednou.

Dyskalkulie. Tato porucha postihuje vytváření matematických představ; projevuje se problémy spojenými s číselnými operacemi, poruchami prostorových představ aj. Podrobně bude uvedena v dalších částech textu.

Dyspinxie. Porucha v oblasti kresebných dovedností, neobratnost při zvládání jemné motoriky rukou a prstů – projevuje se zejména při rýsování. Dětem rovněž činí obtíže znázornění prostorové situace v rovině, na obrázku.

Dysmúzie. Snížení nebo úplná ztráta smyslu pro hudbu – melodii a rytmus. Zejména ztráta smyslu pro rytmus je pro matematiku problémem.

Dyspraxie. Porucha obratnosti, může mít vliv na úpravu matematických písemných prací, na úpravě rýsovaných obrázků, nezvládnutí pořádku na pracovním místě. To vše může být také způsobeno nešikovností dětí.

2.2 Dyskalkulie – definice, klasifikace

Pojmem dyskalkulie je označována specifická porucha matematických schopností a dovedností. Žáci s touto poruchou podávají v matematice podstatně horší výkony, než by se dalo, vzhledem k jejich inteligenci, očekávat. Tato porucha je diagnostikována v pedagogicko-psychologických poradnách prostřednictvím standardizovaných testů. Někdy se však stává, že se dyskalkulie během testů nepotvrdí, a přitom mají žáci v matematice analogické problémy jako žáci s dyskalkulií.

V odborné literatuře jsou zveřejňovány různé definice dyskalkulie, uveďme alespoň některé. Podle 10. revize Mezinárodní klasifikace nemocí (Duševní poruchy a poruchy chování) patří dyskalkulie mezi „specifické vývojové poruchy školních dovedností“ pod kód F 81.2. (2013).

„Tato porucha zahrnuje specifické postižení dovednosti počítat, kterou nelze vysvětlit mentální retardací ani nevhodným způsobem vyučování. Porucha se týká ovládání základních početních úkonů (sčítání, odčítání, násobení a dělení) spíše než abstraktnějších dovedností, jako je algebra, trigonometrie nebo diferenciální počet.“

Poznamenejme však, že pokud má dítě problémy v oblasti zvládání základních početních úkonů, tak se tyto problémy projeví i v dalších oblastech matematiky, např. v algebře, kde pracuje s koeficienty nebo exponenty u proměnných.

Další definici dyskalkulie formuloval Ladislav Košč (1972):

„Vývojová dyskalkulie je strukturální porucha matematických schopností, která má svůj původ v genově nebo perinatálními vlivy podmíněném narušení těch částí mozku, které jsou přímým anatomicko-fyziologickým substrátem věku přiměřeného dozrávání matematických funkcí, které však zároveň nemají za následek snížení všeobecných rozumových schopností.“

Na tuto definici navazuje J. Novák (2004) a podává rozšířenou definici dyskalkulie:

„Vývojová dyskalkulie je specifická porucha počítání projevující se zřetelnými obtížemi v nabývání a užívání základních početních dovedností, při obvyklém sociokulturním zázemí dítěte a celkové úrovni všeobecných rozumových předpokladů na dolní hranici pásma průměru nebo výše a s příznačnou vnitřní strukturou, v jejímž rámci je výrazně snížena úroveň matematických schopností a narušena skladba za přítomnosti projevů dysfunkcí centrální nervové soustavy podmíněných vlivy dědičnými nebo vývojovými.“

Na základě naší zkušenosti z konkrétní práce se žáky, kteří mají rozumové předpoklady v pásmu průměru, nebo dokonce nadprůměru, a u kterých se vyskytovaly problémy v matematice, usuzujeme, že v přístupu k žákům není rozhodující, zda je či není dyskalkulie diagnostikována, ale že je důležité pochopit individualitu žáků, jejich specifické problémy v matematice a hledat adekvátní reedukační postupy vhodné pro tyto žáky. Volba nápravných reedukačních a kompenzačních cvičení je u těchto žáků odlišná v tom smyslu, že někteří z nich mohou matematické učivo zvládnout vhodným doučováním běžnými výukovými postupy, avšak jiní potřebují zavedení takových mechanismů, které nahradí postižené funkce nebo je vhodným způsobem rozvíjejí. V mnoha případech si tyto mechanismy vypracují žáci sami a je na dospělých (učitelích, rodičích), aby jim v tomto nebránili.

2.2.1 Klasifikace dyskalkulie

Klasifikace podle L. Košče

Ladislav Košč (1978) uvedl klasifikaci dyskalkulie podle základních problémů, které se u dětí vyskytují v souvislosti s vývojem a budováním matematických pojmů a vztahů, se čtením a psaním matematických výrazů; a dělí ji následovně.

Dyskalkulie *praktognostická*:

- porucha manipulace s konkrétními předměty nebo symboly;
- porucha při tvoření skupin předmětů;
- nepochopení pojmu přirozené číslo neschopnost porovnat počet prvků;
- neschopnost diferenciace geometrických útvarů;
- porucha prostorové představivosti.

Dyskalkulie *verbální*:

- problémy se slovním označováním počtu předmětů, operačních znaků;
- neschopnost vyjmenovat řadu čísel v určitém uspořádání;
- nepochopení vysloveného čísla;
- nepochopení slovního vyjádření matematických symbolů a znaků.

Dyskalkulie *lexická*:

- neschopnost číst matematické symboly (číslice, čísla, znaky pro porovnávání čísel, znaky operací s čísly);
- záměna tvarově podobných číslic;
- porucha orientace v prostoru;
- porucha pravolevé orientace.

Dyskalkulie *grafická*:

- neschopnost psát matematické znaky (číslice, čísla a další);
- porucha při zápisu vícecifernych čísel;
- neschopnost psát čísla podle diktátu;
- neschopnost zápisu čísel pod sebou (číslic téhož řádu);
- problémy při rýsování obrazců;
- porucha pravolevé a prostorové orientace.

Dyskalkulie *operační*:

- narušená schopnost provádět matematické operace s přirozenými čísly (ale i s dalšími čísly);
- záměna jednotlivých operací;
- poruchy při osvojování si pamětných spojů;
- neschopnost respektovat prioritu při provádění více operací různé parity;
- problémy při písemných algoritmech jednotlivých operací.

Dyskalkulie *ideognostická*:

- porucha v oblasti pojmové činnosti;
- porucha chápání matematických pojmů a vztahů mezi nimi;
- porucha při zobecňování;
- problémy při řešení slovních úloh.

Klasifikace podle J. Nováka

Narušení matematických schopností má mnoho nejrůznějších příčin a projevů a klasifikaci v obecnějším náhledu uvádí J. Novák (2004):

Kalkulastenie. Mírné narušení matematických vědomostí a dovedností způsobené např. nedostatečnou stimulací ve škole nebo v rodině, přitom rozumové i matematické schopnosti jsou v pásmu průměru.

Podrobněji Novák klasifikuje kalkulastenie na kalkulastenie emocionální (nevhodné reakce okolí na problémy v matematice), kalkulastenie sociální (vliv sociálního prostředí, nedostatečná příprava do školy) a kalkulastenie didaktogenní (nevhodné výukové styly).

Hypokalkulie. Porucha základních početních dovedností, jejíž příčinou může být nerovnoměrná skladba matematických schopností, při celkové úrovni rozumových schopností v pásmu průměru i nadprůměru.

Oligokalkulie. Vyznačuje se narušenou strukturou matematických schopností a nízkou úrovní všeobecných rozumových schopností.

Akalkulie. Porucha matematických dovedností, která vznikla na základě situací pro dítě nepříznivých, např. na základě prožitého traumatu. Přitom platí, že před danou nepříznivou situací byly dovednosti dětí přiměřeně rozvinuté. Většinou se po odeznění problémů matematické dovednosti znovu rozvinou.

Vývojová dyskalkulie. Zde Novák v podstatě používá klasifikaci dyskalkulie podle L. Košče.

Klasifikace podle matematického obsahu

Tato klasifikace je zaměřena na oblasti učiva, ve kterých se projevují problémy dětí. Pochopení a zvládnutí jedné oblasti je nezbytným předpokladem k pochopení a zvládnutí oblasti další. Jde zejména o tyto oblasti:

Vytváření pojmu číslo – nejprve přirozené číslo, později desetinné číslo, zlomek, racionální číslo, obecně reálné číslo.

Žáci se učí čísla číst a zapisovat, porovnávat, zaokrouhlovat.

Operace s čísly, nejprve s čísly přirozenými, později s čísly v dalších číselných oborech.

Slovní úlohy – žáci se učí vyjádřit slovní formulaci v jazyce českém pomocí symbolického matematického jazyka, tj. zapsat příklad, rovnici, soustavu rovnice apod. Matematickou úlohu vyřeší a provádějí interpretaci výsledku matematické úlohy do reality.

Geometrická a prostorová představivost, chápání rozmístění a vztahů předmětů v prostoru a jejich znázornění v rovině. Učí se počítat velikosti geometrických útvarů (obvody a obsahy rovinných útvarů, povrchy a objemy těles. Přitom využívají příslušné jednotky a jejich převody.

K tomuto třídění jsme dospěli po dlouholeté práci s žáky, kdy se ukázalo, že pokud žák nepochopí podstatu matematického pojmu, neví, jak má postupovat a proč má tak postupovat, kdy jsou výsledky operací vyvozovány pouze pamětně, bez opory o pochopení, bez zážitků, je jeho učení neefektivní. Například problémy se čtením (dyskalkulie lexická) se projevují jak při čtení matematických číslic, čísel, symbolů a výrazů, tak při pochopení zadávacího textu, textu slovních a aplikačních úloh apod.

Základní kritéria, podle kterých lze kvalifikovat dyskalkulii

Základní kritéria, podle kterých lze kvalifikovat specifickou vývojovou poruchu v matematice, dyskalkulii, lze uvést takto:

- existuje zřetelný rozpor mezi zjištěnou inteligencí dítěte a jeho úspěšností v matematice;
- úroveň rozumových schopností není v pásmu podprůměru, problémy dítěte nevznikly na základě nemoci nebo na základě sociálním nebo emocionálním;
- dítě je obklopeno normálním rodinným zázemím, které poskytuje pozitivní motivaci;
- na základě odborného vyšetření lze identifikovat dysfunkci centrální nervové soustavy, dysfunkci kognitivních center mozku.

2.3 Symptomy dyskalkulie u žáků

Předškolní věk

Jedním z nejsignifikantnějších symptomů je, že dítě nevnímá počet prvků do pěti a neumí říct, kolik jich je. Nechápe množství – neumí utvořit skupinu prvků v daném počtu do pěti, později do deseti, neumí určit počet prvků dané skupiny. Neumí přiřadit prvky ve skupinách, ve kterých je stejně prvků

- Nedokáže rozhodnout, ve které skupině je více a ve které méně prvků či zda jich není stejné množství.
- Nechá se ovlivnit i rozmístěním prvků, např.:

  o o o o o   o   o   o   o

  (vlevo je méně, vpravo je více).
- Nedokáže pracovat s pojmy malý, velký, krátký, dlouhý, úzký, široký, menší než aj.
- Nevidí na první pohled počet prvků tři, čtyři, pět.
- Naučí se vyjmenovat řadu čísel (od jedné do šesti, od jedné do deseti) bez pochopení, za vysloveným pojmem nevidí číslo jako počet prvků. Některá čísla vynechává, některá opakuje, říká je přeházeně. Řadu vyjmenovává jako básničku bez jakéhokoliv porozumění, nedokáže vyjmenovat řadu čísel ve správném uspořádání.
- Nerozlišuje geometrické útvary.
- Nevyhledává hry nebo činnosti s matematickým obsahem, přímo se jim vyhýbá.

První stupeň základní školy

- Nemá vytvořenou představu přirozeného čísla. Nedokáže utvořit skupinu o daném počtu prvků, neumí určit počet prvků dané skupiny.
- Má problémy se zápisem číslic, zapamatováním si jejich tvaru. Zaměňuje číslice tvarově podobné (např. 6, 9), má problémy se zápisem číslic jednostranně orientovaných (např. 1, 3, 7 atd.).
- Nechápe operace sčítání a odčítání přirozených čísel, neumí pracovat se symboly plus (a) „+“ a mínus (bez) „–“.
- Místo odčítání čísla neustále sčítá.
- Nechápe operace násobení a dělení přirozených čísel, spoje se učí zpaměti, bez porozumění a ihned je zapomene.
- Má problémy se zápisem čísel, nechápe podstatu desítkové soustavy a význam jednotlivých řádů v zápisu čísla.
- Problémy s porovnáváním čísel, používáním znaků pro zápis nerovnosti.
- Má problémy s písemnými operacemi.
- Nedokáže poznatky aplikovat v jiných situacích.

Druhý stupeň základní školy

- Problémy, které má žák v oboru čísel přirozených, se přenášejí do dalších oborů (čísla desetinná, zlomky, mocniny, odmocniny) i do dalšího učiva (úpravy algebraických výrazů, rovnice apod.).
- Nedokáže řešit slovní a aplikační úlohy, nedokáže transformovat text úlohy do matematického jazyka.
- Má problémy s řešením geometrických úloh (konstrukčních i početních), má problémy s rýsováním, s orientací v obrázku.
- Nedokáže zobecňovat, chápat závislosti, funkční vztahy, obecná vyjádření.

Střední škola

- Problémy, které se u žáka vyskytovaly v oblasti čísel přirozených, se přenášejí do dalšího učiva při práci s koeficienty v algebraických výrazech, používání závorek, v rovnicích a jejich soustavách.
- Problémy se zápisy čísel v různých úrovních – exponenty, indexy, odmocniny.

- Neschopnost využít znalosti v nových situacích.
- Problémy v oblasti abstrakce, zobecňování, rozvoje finanční gramotnosti, kombinačního myšlení aj.
- Izolované poznatky nedokáže zařadit do systému.

Chinn (2012) uvádí 31 charakteristik, které vedou k neúspěchům žáků v matematice. Jeho závěry jsou plně v souladu s našimi zkušenostmi se žáky s problémy v matematice. Týkají se pochopení pojmu přirozené číslo, vytvoření představ o čísle, zápisu čísla, problémů při pochopení a provádění operací s přirozenými čísly, chápání zlomků, procent, algebraického učiva aj.

2.4 Typologie žáků vzhledem ke speciálním vzdělávacím potřebám souvisejícím s matematickým vzděláváním

Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání (2007) v části D uvádí, které žáky řadíme do skupiny „žáků se speciálními vzdělávacími potřebami“:

- Žáci se zdravotním postižením a zdravotním znevýhodněním (tělesným, zrakovým, sluchovým, mentálním, autismem, vadami řeči, souběžným postižením více vadami, **vývojovými poruchami učení** nebo chování).
- Žáci se sociálním znevýhodněním.
- Žáci mimořádně nadaní.

V současnosti se mezi žáky identifikují také nadaní žáci se souběžnou specifickou poruchou učení. Portešová a kol. (2014) je uvádí jako žáky dvojí výjimečnosti. Těmto žákům je potřebné zajistit takové vzdělávání, při kterém jejich handicapy nezastíní a neomezí jejich nadání.

Ve školní praxi se při výuce matematiky setkáváme s několika typy žáků, uveďme čtyři nejčastější skupiny:

- Žáci, kteří mají rozumové schopnosti na průměrné až nadprůměrné úrovni a jejich problémy v matematice lze odstranit např. motivací k učení, změnou stylu výuky, zlepšením přípravy na výuku, vhodným doučováním.
- Žáci, u kterých jsou diagnostikovány specifické poruchy učení, úroveň jejich rozumových schopností je průměrná až nadprůměrná, avšak mají narušeny činnosti těch částí mozku, které mají vliv na utváření matematických znalostí a dovedností.

Těmto žákům zpravidla nepomáhá běžné doučování, ale jsou schopni (vzhledem ke své inteligenci) si vypracovat náhradní mechanismy.

- Žáci, kteří mají nízké nadání pro matematiku nebo nízké nadání všeobecně.
- Žáci, kteří mají předpoklady k učení, ale odmítají jakoukoliv práci a námahu.

Malý úspěch žáků v matematice může mít různé další příčiny, které souvisejí např. se stylem výuky, volními vlastnostmi žáků, jejich psychickým stavem, vztahem k práci a vyučování, vztahem k matematice apod. Na základě naší zkušenosti z konkrétní práce se žáky, kteří mají rozumové předpoklady v pásmu průměru nebo dokonce nadprůměru a u kterých se vyskytovaly problémy v matematice, usuzujeme, že v přístupu k žákovi není rozhodující, zda je či není dyskalkulie diagnostikována – důležité je pochopit individualitu žáka (jeho specifické problémy v matematice) a hledat adekvátní reedukační postupy vhodné právě pro tohoto žáka.

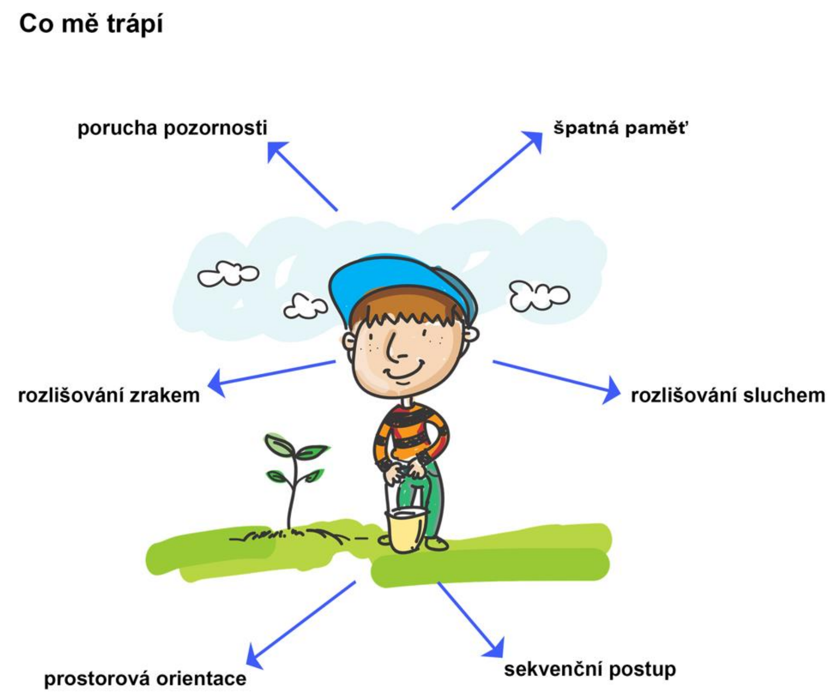
K tomu, abychom mohli účinně žákům pomáhat v matematice, je třeba hledat příčiny neúspěchů a rozlišovat je alespoň podle tohoto schématu:

1. Příčiny, které jsou podmíněny vlivy tzv. částečně odstranitelnými, jako je např. styl učení, způsob výuky, vhodnost přípravy na výuku, motivace k učení apod.
2. Příčiny, které jsou odstranitelné obtížněji, jako jsou dědičné vlivy nebo narušení činností těch částí mozku, které mají vliv na utváření matematických schopností.
3. Příčiny, které jsou způsobeny nízkým nadáním pro matematiku nebo nízkým nadáním všeobecně.

Při práci se žáky s problémy v matematice sledujeme, zda je možné jejich nedostatky odstraňovat běžným doučováním, nebo zda je třeba hledat jiné postupy, které žáky osloví a kterým žáci porozumí. Mnoho žáků je schopno vypracovat si své vlastní postupy a je třeba, pokud jsou matematicky správné, aby jim byly ponechány.

2.5 Analýza příčin problémů žáků, deficity dílčích funkcí matematických schopností

Pavlíčková (2018, s. 11–16) poukázala na úzkou souvislost mezi nedostatečně rozvinutými dílčími funkcemi matematických schopností dětí a jejich úspěšností v matematice. Ve výzkumné studii analyzovala případové studie 15 respondentů a prokázala, jaké problémy přinášejí dětem deficity dílčích funkcí matematických schopností a jak ovlivňují matematické vědomosti těchto dětí. Pokud se současně s výukou neodstraňují deficity dílčích funkcí matematických schopností, je obtížné učit děti matematice.



Obr. 1: Deficity dílčích funkcí matematických schopností

Tab. 2: Dílčí funkce matematických schopností

Funkce percepční	percepce vizuální	orientace v prostoru
		pravolevá orientace
		zraková diferenciace
		zraková analýza
		zraková syntéza
		zraková paměť
	percepce auditivní	sluchová diferenciace
		sluchová analýza
		sluchová syntéza
		sluchová paměť
		vnímání a reprodukce rytmu
Funkce kognitivní		pozornost
		paměť
		myšlení
		řeč
		předčíselné představy
		číselné představy
Funkce motorické		jemná motorika
		hrubá motorika
		senzomotorická koordinace
		vizuomotorická koordinace
		grafomotorika

Níže uvádíme, jak se mohou jednotlivé deficity dílčích funkcí matematických schopností projevovat v matematice:

Funkce percepční

Porucha orientace v prostoru a v rovině se projevuje obtížemi v orientaci:

- na stránce učebnice nebo pracovního sešitu;
- v zápisu čísla;
- v písemných algoritmech základních operací, zejména písemného dělení;
- v soustavě souřadnic;
- v čase;
- v odhadování vzdáleností, hmotností;
- v chápání znázornění prostorové situace v rovině (na obrázku) aj.

Porucha pravolevé orientace se projevuje:

- obtížemi při zápisu jednostranně orientovaných písmen a číslic (1, 3, 6, 7, 9);
- záměnou znaků – cifer, např. 4, 7, v psané podobě;
- záměnou cifer v zápisu čísla, např. nerozlišování zápisu čísel 63 a 36 nebo 637 a 673 aj.;
- obtížemi při orientaci v osově souměrných obrázcích aj.

Porucha zrakové diferenciace přináší problémy v rozlišování:

- figury a pozadí;
- tvarů, barev;
- shod a rozdílů;
- reverzních znaků;
- jednotlivých matematických znaků (číslic, např. 6, 9, znaků pro porovnávání čísel, operačních znaků, symbolů, mocnin, indexů, geometrických útvarů apod.).

Porucha zrakové analýzy a syntéza se projevuje problémy:

- při analyzování matematického textu ve formě zápisu slovním nebo zápisu symbolickém pomocí znaků (číslice, čísla, písmena);
- čtení symbolických matematických zápisů a jejich interpretace v českém jazyce.

Porucha zrakové paměti přináší obtíže:

- v zapamatování si jednotlivých znaků, zejména písmen a číslic;
- v zapamatování si textu – zadání úlohy, použitých čísel apod.;
- v zapamatování si čísla při diktátu, přepisu;
- při reprodukci čteného textu s pochopením.

Porucha sluchového rozlišování projevuje potížemi:

- v rozlišování pojmů – např. dělení, dělenec, dělitel – žákovi tyto pojmy splývají;
- v rozlišování čísel – žák slyší vyslovené číslo, ale vnímá jiné, např. „třicet dva“ jako 23;
- v zápisu slyšeného slova, čísla, matematického termínu.

Porucha sluchové analýzy a syntézy se projevuje neschopností:

- zapsat slyšené slovo;
- správně zapsat číslo, např. číslo dva tisíce dvacet zapíše 200020;
- rozložit číslo podle řádů.

Porucha sluchové paměti se projevuje:

- v neschopnosti zopakovat slyšené číslo, příklad aj.;
- poruchou vnímání časového sledu.

Poruch vnímání a reprodukce rytmu přináší tyto problémy:

- neschopnost reprodukovat jednoduchý rytmický celek;
- problémy s vyjmenování číselné řady vzestupně i sestupně;
- problémy s představou číselné řady, přechody mezi desítkami, stovkami atd.;
- problémy s chápáním závislostí a zákonitostí.

Funkce kognitivní

Pozornost

Neúspěšnost žáků v matematice může být způsobena sníženou pozorností a malou schopností koncentrace na řešení dané úlohy či problému. Úspěšné zvládání matematického učiva je závislé na pozornosti a schopnosti koncentrace žáka. Při provádění výpočtů se žák musí zpravidla koncentrovat na jednu jedinou věc; pokud má kolem sebe rušivé podněty, není toho schopen. Žák se po krátké době unaví, odbíhá od problému, trvá mu dlouho, než je schopen na nedokončenou práci navázat. Často trpí nedostatkem času. Není dostatečně pohotový, rychlý, častou je neúspěšný v soutěžích zaměřených na rychlost.

Paměť

Proces zapamatování si je podmíněn psychologickými zákonitostmi. Žák zpracuje s pochopením informace, uloží získané informace v mozku a je schopen si je v případě potřeby vybavit a použít je v nové situaci. V získávaných informacích si postupně buduje systém.

Problémy se objevují při pamětných i písemných výpočtech, a to při používání paměti krátkodobé, dlouhodobé i pracovní. Učivo, které se naučí, zapomene a učí se neustále totéž znovu. Vzhledem k tomu, že v matematice na sebe jednotlivé poznatky navazují a je třeba si je zapamatovat, je nutné změnit přístupy k získávání poznatků. Pamětné učení bez porozumění nemá smysl, je proto potřeba hledat metody práce, při kterých žák dospěje k poznatkům na základě vlastní činnosti a s pochopením.

Myšlení

Problémy se projevují zejména v úlohách, kdy je třeba převést zápis v jazyce českém do jazyka matematiky (z textu zapsat příklad, rovnici apod.), v úlohách náročnějších na logickou úvahu a v procesu abstrakce a zobecňování, kdy se od konkrétních případů přechází k obecně platným závěrům. Důležité je všímat si, zda se žák zaměřuje na detaily, nebo je schopen vidět systém, zda používá metody induktivní, nebo deduktivní.

Řeč

V souvislosti s řečí se objevují jednak logopedické problémy (koncentrace žáka na výslovnost určité hlásky jej odvádí od řešení matematického problému), jednak problémy ve schopnosti vyjadřovat se v jazyce matematiky Formulace myšlenky vlastními slovy vyžaduje určitou přesnost myšlení.

Žáci mají problémy s vybavováním si matematických pojmů, nemají představy o pojmech, o kterých hovoří.

Předčíselné představy

- Problémy s vnímáním množství a schopností vyjádřit počet.
- Problémy s přiřazováním, s chápáním vztahů „více“, „méně“, „stejně“.
- Problémy s chápáním číselné řady.

Číselné představy

- Neschopnost určit počet prvků dané skupiny, vytvořit skupinu o daném počtu prvků.
- Problémy s porovnáváním čísel (rovnost, nerovnost).
- Problémy s chápáním a prováděním operací s přirozenými čísly (pamětnými i písemnými).

Funkce motorické

Jemná motorika

- Problémy při manipulaci s předměty, při psaní, rýsování aj.

Hrubá motorika

- Nekoordinované pohyby, žáci jsou neobratní, nedokážou si zorganizovat pracovní místo, pomůcky aj.

Senzomotorická koordinace

- Problémy při souhře smyslového vnímání a pohybu.

Vizuomotorická koordinace

- Špatná koordinace ruky a oka při psaní a náčrtech.

Grafomotorika

- Problémy se zápisem číslic a čísel.
- Problémy při zápisu čísel do schémat a algoritmů písemných operací.
- Problémy při kreslení, náčrtech, rýsování.

2.6 Další příčiny problémů v matematice

Na úspěchy žáků v matematice mohou mít vliv další faktory, které souvisejí se samotným žákem a jeho vlastnostmi a také s dospělými osobami, které jsou v jeho blízkosti.

Osobnost žáka

Výše uvedené deficity dílčích funkcí matematických schopností jsou jedním z nejvážnějších problémů, neboť pokud u žáka nejsou tyto funkce rozvíjeny, není dost dobře možné budovat matematické pojmy. Současně s výukou matematiky je třeba pracovat i na rozvoji těchto funkcí. Vliv mají také další specifické poruchy učení, které jsou u žáka diagnostikovány, jak bylo uvedeno výše.

Žáci se nerozvíjejí stejně rychle, vývoj některých myšlenkových operací mohou mít někteří žáci opožděný, avšak přitom nemusí mít poruchu učení ani snížený intelekt. Může jít o určitou nedozrálost právě pro dané učivo, které v daném okamžiku žák nechápe. Po určité době (např. půl roku) však žák chápe toto učivo bez problémů.

Dalšími příčinami neúspěchů v matematice mohou být osobnostní vlastnosti žáka, jeho volní vlastnosti, nezájem, nepozornost, neschopnost koncentrace, neschopnost přimět se k systematické práci, ztráta naděje na úspěch, nízké sebevědomí, postavení se do role outsidera aj. Velmi podstatné jsou tzv. psychické bariéry (např. syndrom „bílého papíru“, obavy z některých částí učiva), které by měly být pro dospělé varovným signálem před vážnějšími problémy.

Neustálý neúspěch v matematice přispívá ke ztrátě zájmu o matematiku a také k dalším psychickým problémům.

Osobnost učitele

Učitel matematiky je zpravidla nejdůležitější osobností, která má vliv na vztah žáků k matematice a na oblibu tohoto předmětu. Jeho odborné znalosti v oblasti matematiky, psychologie, pedagogiky a speciální pedagogiky jsou předpokladem úspěšné práce se žáky s problémy v matematice. Nelze opomenout ani schopnost motivovat žáky, vysvětlit učivo na úrovni žákům srozumitelné, využívat rozmanitých metod a forem práce, objektivně žáky hodnotit, mít pochopení pro jejich problémy atd. Velkou roli hrají jeho osobnostní vlastnosti a schopnost žáka s problémy v matematice pochopit a přijmout.

Příčiny problémů v matematice související s rodiči

Postoj rodičů k problémům jejich dětí v matematice je různý. Někteří jsou ambiciózní a děti neustále doučují, někdy mají nepřiměřené nároky. Jiní rezignují, další nabízejí různé mnemotechnické pomůcky, které však v dalším učivu uplatnitelné nejsou. Někteří rodiče nejsou schopni smířit se s tím, že mají dítě s problémy, které buď nechápou, nebo zaujímají trpitelské stanovisko. Dítě pak strádá, protože cítí, že nenaplňuje představy rodičů. Jen malá skupina rodičů je schopna chápat problémy dětí s jistou dávkou odbornosti a s pochopením přistupují k výuce tak, aby dětem pomohli zvládat učivo matematiky na úrovni, které jsou děti schopny. Někdy má vliv i socioekonomické zázemí žáka.

Příčiny problémů související s matematikou

Matematika má ve školním vyučování specifické postavení oproti ostatním předmětům. Matematika pracuje s abstraktními pojmy a vždy při budování každého pojmu musí u žáků k abstrakci dojít (již při vytváření pojmu přirozené číslo, dále u racionálních čísel, geometrických pojmů atd.). Matematika je pro žáky dalším zvláštním jazykem. Má svá „slovíčka“ (čísla, symboly, pojmy), má svou „gramatiku“ (pravidla, věty, poučky). Zvládnutí prvků vyšší úrovně předpokládá zvládnutí prvků nižší úrovně, žáci využívají zvládnutého učiva v nových, vyšších úrovních a v nových situacích. Žáci by měli mít jasnou představu o pojmech, které se učí, a snažit se přijít věcem „na kloub“. Bezmyšlenkové učení zpaměti bez porozumění nevede k cíli. Každý předmět, který vyžaduje porozumění, je náročný. Matematika vyžaduje chápání souvislostí a postupné budování systému.

2.7 Sekvenční přístup, multisenzoriální přístup, konstruktivistický přístup, posilování paměti, komunikace, budování sebedůvěry a samostatnosti

Vzdělávání žáků se specifickými poruchami učení v matematice vyžaduje analýzu zdroje problému, tj. zjištění, ve které části učiva žák přestal chápat matematickou podstatu problému. Od tohoto místa je pak třeba začít provádět nápravu, ale po velmi malých krocích a s využití specifických přístupů ke každému žákovi. Mezi nabízenými postupy pro práci žáků s problémy v matematice se jako nejefektivnější jeví sekvenční přístup a multisenzoriální přístup. Další metody jsou závislé na individuálních schopnostech a potřebách žáka.

Sekvenční přístup

Pod pojmem sekvenční přístup rozumíme zpracování učiva matematiky v určeném pořadí, tj. postup po malých krocích od učiva jednoduššího k učivu náročnějšímu. V matematice je sekvenční přístup velmi žádoucí, neboť zvládnutí jednoduššího učiva je předpokladem ke zvládnutí učiva náročnějšího. Bez zvládnutí prvků nižší úrovně nelze budovat prvky vyšší úrovně. Přitom učivo se postupně automatizuje, žák jej může zvládat bez dlouhého přemýšlení a využívat ve složitějších úlohách. Také je potřeba respektovat vlastní postupy žáka, které si sám vytvoří, avšak které jsou matematicky správné a je možné je využít obecněji.

V matematice nejsou poznatky budovány izolovaně, jedny navazují na druhé, vytvářejí logickou strukturu.

Ilustrace na příkladu pamětného sčítání dvojciferných čísel

Úkol: Žák má sečíst 47 + 28.

Postupné kroky:

1. *Zvládnutí sčítání v oboru do dvaceti:*
    - sčítání v oboru do pěti, úlohy typu 1 + 4;
    - sčítání v oboru do deseti, úlohy typu 3 + 5, 2 + 8;
    - sčítání v oboru do dvaceti, přičítání k číslu 10, úlohy typu 10 + 6;
    - rozklad čísla na desítku a jednotky;
    - sčítání bez přechodu přes základ 10, úlohy typu 13 + 5;
    - rozklad čísla na dvě části, rozklad k doplnění do deseti;
    - sčítání s přechodem přes základ 10, úlohy typu 7 + 8.
2. *Zvládnutí sčítání v oboru do sta:*
    - sčítání desítek, úlohy typu 20 + 50;
    - sčítání čísel dvojciferných a jednociferných, úlohy typu 20 + 7, 23 + 5, 23 + 7, 25 + 7;
    - sčítání čísel dvojciferných, úlohy typu 20 + 50, 23 + 50, 23 + 54, 23 + 57, 27 + 56.

Při sekvenčním přístupu je nutné také sledovat vlastní strategie žáka – zda je schopen používat rozklady, které nabízí učitel (např. na desítky a jednotky), nebo zda si vypracuje vlastní postupy, např. 27 + 56 může žák počítat tak, že 56 rozloží na 3 a 53 a počítá:

- 27 + 3 = 30, 30 + 53 = 83.
- Nebo 27 rozloží na 4 a 23 a počítá: 56 + 4 = 60, 60 + 23 = 83.

V tomto případě série úloh přizpůsobíme potřebám žáka. Takových vlastních strategií může být více.

Sekvenční přístup lze uplatnit v kterémkoliv matematickém učivu. Vytvářejí se tzv. jemné metodické řady úloh, kdy v každé další úloze je pouze jeden nový jev.

Multisenzoriální přístup

Tento přístup spočívá ve využití tolika smyslů, kolik je jen možno. Zapojuje zrak, sluch, hmat, řeč, motoriku. Již J. A. Komenský zdůrazňoval nutnost využívání co nejvíce smyslů při získávání poznatků.

Mulitisenzioriální přístup umožňuje využít toho smyslu, který žáka nejvíce oslovuje (typ vizuální, akustický, motorický atd.).

- **Zrak**

Pro žáky s poruchami učení je důležitý obrázek, barva, systematické uspořádání na papíře, tabuli nebo obrazovce počítače. Grafické znázornění příkladů, slovních úloh, geometrických úloh velmi napomáhá k nalezení řešení. Pro některé žáky s poruchami učení je vizualizace nezbytná. Nedokážou například při slovně diktovaných příkladech zadání příkladu zachytit, příklad vypočítat a zapsat výsledek. Jsou tak znevýhodněni při diktovaných pětiminutovkách. Pokud mají zadání stejných příkladů napsané na papíře, bývají úspěšnější.

- **Sluch**

Správně zachytit mluvené slovo (např. vyslovené číslo), pochopit jeho význam a s právně je zapsat je pro žáky s poruchami učení problém. V matematice je dále potřebné chápání rytmu (číselná řada, závislosti), rozlišování významu pojmů apod.

- **Motorika**

Pohyb, krokování, pohyb po číselné ose či skákání na schodech jsou pro některé žáky prostředkem, jak s využitím vlastního těla zvládnout některé matematické dovednosti. Důležité je využívání manipulativních činností, činností s konkrétními předměty, překládání papíru aj. V matematice jsou tyto činnosti uplatňovány od nejranějšího věku. Podrobněji jsou manipulativní činnosti popsány například v publikaci Fuchse a kol. (2015). Při výběru činností volíme takové, které žáka osloví nejvíce, nebo takové, které rozvíjí ty oblasti, které žák potřebuje. V matematice je třeba postupně přecházet od konkrétních činností k symbolům a od nich pak k abstrakci. U žáků se specifickými poruchami učení bývá přechod od manipulativních činností j abstrakci velmi složitý a dlouhodobý proces, který trvá, dokud u žáka nenastane tzv. AHA efekt.

Konstruktivistický přístup

Zásady didaktického konstruktivismu jsou známy např. z prací J. Piageta, J. Deweyho a dalších myslitelů dvacátého století. Podle Pedagogického slovníku (Průcha, Walterová, & Mareš, 1998) je „konstruktivismus je založen na předpokladu, že poznávání se děje tak, že si poznávající subjekt spojuje fragmenty informací z vnějšího prostředí do smysluplných struktur a provádí s nimi mentální operace podmíněné jeho odpovídající úrovni jeho kognitivního vývoje“. Úkolem je motivovat žáky k aktivitě, k přemýšlení prostřednictvím vhodných otázek, práce s předměty, řešení problémů, hlavolamů apod. Pro žáky s poruchami učení nejsou příliš vhodné přístupy transmisivní a instruktivistické, neboť poznatky pouze sdělené jinou osobou nepřispívají k rozvoji jejich myšlení a tvořivosti. Pro matematické vyučování formulovali Hejný a Kuřina (2009) desatero konstruktivismu.

I.	Aktivita	VI.	Interakce
II.	Řešení úloh	VII.	Reprezentace a strukturování
III.	Konstrukce poznatků	VIII.	Komunikace
IV.	Zkušenosti	IX.	Vzdělávací proces
V.	Podnětné prostředí	X.	Formální poznání

I když jsou konstruktivistické přístupy náročnější a žákům trvá delší dobu, než si na ně zvyknou, pro žáky s poruchami učení přinášejí rozmanitost činností, zbavení se stereotypu a radost z poznání, když mohou něco objevit.

Posilování paměti

Žáci s poruchami učení mají zpravidla problémy s pamětí, velmi často zapomínají již zvládnutou učební látku, a dostávají se tak neustále do časové tísně, protože se učí totéž stále dokola. Dané učivo zpravidla nechápou a učí se jen zpaměti bez porozumění. Metody pro posilování paměti jsou individuální a je třeba je neustále využívat. Vždy je třeba postupovat po malých krocích, ale důsledně.

Pro zvládání náročnějších témat matematiky (např. algebra) je nutné, aby měli žáci určité základní dovednosti v paměti (např. základní spoje sčítání, odčítání, násobení, dělení), aby ho nemuseli neustále vyhledávat v různých tabulkách či s pomocí kalkulátoru.

Ilustrujme význam paměti na ukázce písemného násobení. Jestliže má žák např. násobit čísla

$$\begin{array}{r} 398 \\ \underline{\cdot \;\; 6} \end{array},$$

musí si z dlouhodobé paměti vybavit spoj $6 \cdot 8 = 48$. Zapíše do součinu 8, číslo 4 ukládá do krátkodobé paměti a z dlouhodobé paměti si vybaví spoj $6 \cdot 9 = 54$, z krátkodobé paměti vybírá 4, přičte je ($54 + 4 = 58$), 8 zapíše do součinu a do krátkodobé paměti ukládá 5. Z dlouhodobé paměti vybírá $6 \cdot 3 = 18$, přičítá 5 ($18 + 5 = 23$) a do součinu zapíše 23.

Výsledek celého procesu je 398 · 6 = 2388. Pokud žák neovládá násobilku a neustále hledá spoje v tabulce součinů nebo na kalkulátoru, má problémy s přičítáním čísel z krátkodobé paměti, nedokáže se plně koncentrovat na výpočet a velmi často chybuje.

Komunikace

Při vytváření matematických pojmů i při samotné výuce matematiky se jako jeden ze zásadních problémů jeví problém dorozumění se jak v rámci běžné komunikace, tak v oblasti matematiky a porozumění učivu v celé šíři matematického vyjadřování. V praxi se ukazuje, že devadesát procent problémů žáků v matematice je způsobeno problémy v komunikaci mezi žákem a okolním světem. Přitom předpoklady pro komunikaci mohou být vrozené nebo získané, avšak u žáků s poruchami učení bývají zpravidla specifické. Úkolem je odhalit komunikační specifika každého žáka a pro výuku matematiky je maximálně využít. Při výuce matematiky jde o tyto základní typy komunikace:

- Komunikace v oblasti čtení matematického textu.
- Komunikace verbální.
- Komunikace verbálně symbolická.
- Komunikace grafická.
- Komunikace graficky symbolická.
- Komunikace obrazově symbolická.
- Komunikace obrazově názorná.

Předpokladem pro to, aby se žák mohl v matematice správně vyjadřovat, je porozumění matematickým pojmům, termínům a vztahům. To však vyžaduje vytvoření jasné představy o každém pojmu v duchu jeho správné definice, i když se po žácích definice nevyžadují. Při verbálním vyjádření by bylo třeba, aby se učitel i žák zaměřili na podstatné jevy, na skutečnosti, které jsou pro daný pojem nebo dané učivo podstatné, omezili vlastnosti méně podstatné a charakterizovali daný pojem naprosto výstižně. Vyjádřit myšlenku svými vlastními slovy a přitom zachovat význam pojmu je velkým uměním. Důležitá je volba otázek, slovní zásoba, schopnost vyjadřovat se graficky.

Budování sebedůvěry a samostatnosti

Velmi častým problémem je u žáků s poruchami učení jejich nejistota. Neustále potřebují někoho, kdo je ujišťuje o správném postupu při výpočtech a řešení úloh. Nemají důvěru sami v sebe, projevuje se u nich strach, úzkost, mají velmi nízké sebehodnocení, často se staví do role outsidera. Žijí v neustálém stresu, mají strach udělat chybu, psychické bloky jim brání udělat cokoliv.

Péče o žáky je realizována jak v oblasti speciální pedagogiky, tak v oblasti matematiky. Zaměřuje se na rozvoj celé osobnosti žáka, rozvoj dílčích funkcí matematických schopností, osobnostních schopností i na zvládání matematického učiva. Využívají se metody reedukační nebo kompenzační. Reedukace spočívá v rozvíjení nevyvinutých funkcí nebo napravování funkcí poškozených či mobilizaci určitých analyzátorů. Kompenzací se rozumí vypracování náhradních mechanismů místo mechanismů narušených. Žáci s dyskalkulií jsou schopni, vzhledem ke své inteligenci, vypracovat si vlastní náhradní mechanismy. Ty by měly být ponechány a neměly by jim být vnucovat mechanismy jiných dospělých (rodičů, učitelů).

Obecné reedukační postupy se dají uvést v tzv. „desateru“, avšak je nutné mít na zřeteli, že každý žák je výrazná individualita a potřebuje svůj vlastní postup. To, co se osvědčí u jednoho žáka, nemusí být přínosné u žáka jiného.

1. **Stanovení diagnózy**. Formulování hlavních problémů dítěte v matematice, ve které části učiva má dítě problémy, jaké jsou jejich příčiny, jaký má dítě vztah k matematice. Je třeba provést diagnostiku v pedagogicko-psychologické poradně a pedagogickou diagnostiku učitelem matematiky.

2. **Respektování logické výstavby matematiky a její specifičnosti**. V matematice je pochopení a zvládnutí každého prvku nižší úrovně nezbytným předpokladem zvládnutí prvků vyšší úrovně. Reedukační cvičení musí proto začínat u toho učiva, které žák přestal chápat a zvládat. Postupy musí respektovat matematické zákonitosti a musí být použitelné i v dalším učivu.

3. **Pochopení základních pojmů a operací**. Veškeré základní pojmy je třeba generovat na konkrétních modelech a všechny pojmy i operace s čísly je třeba vyvozovat na základě vlastní manipulativní a myšlenkové činnosti dítěte. Přitom je třeba využívat nejrozmanitějších forem práce a stále nových situací.

4. **Navození „AHA efektu“**, kdy žáci sami objeví poznatek „já už vím“ a přijmou poznatek za svůj. Je nutné mít neustále na zřeteli, že poznatky jsou nepřenosné, že přenosné jsou pouze informace.

5. **Využití všech smyslů**. Zapojení všech smyslů, kterých je možno pro získávání matematických poznatků – zraku, hmatu, sluchu, pohybu, tak aby to bylo dítěti příjemné a přispělo to k postupnému odbourávání problémů. Velký význam má využití vhodných her.

6. **Diskuse se žákem** na téma „co vidíš“ – zjištění, zda žák vidí v dané situaci to, co jeho učitel. Každý žák má svoje komunikační cesty, kterými se dobírá poznatků, a ty je třeba diskusí s ním objevit. Neexistuje matematická slepota a každý se k matematice určitou cestou může dostat. Dyskalkulie neopravňuje žáka k nečinnosti a k rezignaci.
7. **Pamětné zvládnutí učiva**. Zvládnutí určitého matematického aparátu je nezbytné, avšak matematické učivo nemůže být opřeno o pouhou paměť bez porozumění a správného vyvození. Je třeba hledat vyváženost mezi vyvozováním a drilem.
8. **Zvyšování nároků na samostatnost a aktivitu žáků**. Tvorba vlastních materiálů, příkladů a pomůcek samotnými žáky, nebo alespoň podíl na tvorbě – žáci si mohou uvědomovat nedostatky a podílet se aktivně na jejich nápravě zajímavou formou. Využití projektového vyučování.
9. **Neustálá potřeba úspěchu**. Žáci potřebují pozitivní zážitky, pohodu, pochvalu, veselou, legrační cestu při nápravných cvičeních, terapii hrou, nepřetěžování, ale neustálé mírné zatěžování, pochvalu při každém sebemenším úspěchu.
10. **Práce podle individuálního plánu** sestaveného s ohledem na konkrétní potřeby každého žáka. Individuální výuka, individualizovaná výuka v integrované třídě. Postupy jsou výrazně individuální, nelze stanovit obecně platná pravidla, která by vyhovovala všem dětem.

2.8 Rozvíjení matematické gramotnosti u žáků se specifickými poruchami učení

Rozvoj matematické gramotnosti je jedním z cílů matematického vzdělávání na základní škole. Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání (2007) ve vzdělávací oblasti Matematika a její aplikace přímo formuluje následující požadavek: „Vzdělávací oblast Matematika a její aplikace v základním vzdělávání je založena především na aktivních činnostech, které jsou typické pro práci s matematickými objekty a pro užití matematiky v reálných situacích. Poskytuje vědomosti a dovednosti potřebné v praktickém životě, a umožňuje tak získat **matematickou gramotnost**. Pro svoji nezastupitelnou roli prolíná celým základním vzděláváním od 1. do 9. ročníku a vytváří předpoklady pro další úspěšné studium.“

Jak přispívat k rozvoji matematické gramotnosti žáků

Předpokladem rozvoje jakékoliv gramotnosti je určitá úroveň gramotnosti čtenářské. Ta je pro žáky nejdůležitější. Každý žák by však měl zvládnout matematiku tak, aby ji mohl využívat ve svém životě i v profesi. Jedná se o schopnost orientovat se ve světě financí – mít rozvinutou finanční gramotnost, a v oblasti zajištění své existence a plánování – mít rozvinutou gramotnost ekonomickou.

Jestliže chceme rozvíjet finanční a ekonomickou gramotnost žáků, musíme především rozvíjet jejich gramotnost matematickou. Aby žák chápal zákonitosti na finančních trzích, musí ovládat, mimo jiné, procentový počet. Aby žák uměl počítat s procenty, musí ovládat počítání s desetinnými čísly a se zlomky. Aby žák zvládl toto učivo, musí bezpečně ovládat počítání s čísly přirozenými. Přitom je nutné, aby s porozuměním přečetl text, kterým jsou úlohy zadávány. Takže veškeré další gramotnosti spočívají na rozvoji gramotnosti čtenářské a matematické. U žáků se specifickými poruchami učení se zaměřujeme na ty oblasti, které jsou centrem jejich zájmu.

Jak můžeme rozvíjet matematickou gramotnost žáků

- Vytváříme správně matematické pojmy v duchu matematických definic a způsobem přiměřeným věku a jazyku žáků na příslušném stupni vzdělávání. Vycházíme z předčíselných představ, vytváříme pojem čísla přirozeného a postupně, na základě porozumění, budujeme další číselné obory. Přitom respektujeme etapy pojmotvorného procesu od konkrétních modelů k abstraktním představám a zařazujeme pojmy do systému, který postupně vytváříme.
- Učíme žáky správně chápat vztahy mezi matematickými objekty. Sledujeme vazby mezi jednotlivými pojmy, operacemi, funkčními vztahy apod. Učíme se analyzovat danou situaci.
- Učíme žáky vytvářet vhodné matematické modely určité reálné situace. Danou situaci může žák vyjádřit např. číselným výrazem, algebraickým výrazem nebo geometrickou prezentací.
- Učíme žáky využívat získaných matematických poznatků v jiných, nových situacích. To, že žáci zvládnou určité učivo pamětně (např. základní spoje operací s přirozenými čísly) ještě nezaručuje, že je umí použít např. při řešení slovních a aplikačních úloh. Správné pochopení matematického pojmu usnadňuje jeho využití v nových situacích.

- Učíme žáky využívat matematických poznatků při řešení praktických, aplikačních úloh, učíme je pracovat s různými reprezentacemi dat. Práce s tabulkami dat, diagramy, grafy, ale i s textem různých nabídek a smluv obsahujících často nevýrazně prezentované číselné údaje přispívá k rozvoji matematické gramotnosti žáků.
- Učíme žáky hledat posloupnost kroků k řešení problémů, provádět analýzu, kombinovat různé způsoby uvažování, propojovat jednotlivé vědomosti, zobecňovat, abstrahovat, hledat optimální strategie k řešení problémů. Žáci se učí formulovat problémy, hledat posloupnost kroků k jejich řešení, řešit je a ověřovat reálnost řešení v praxi.

Matematicky gramotný žák

- Neustále přemýšlí, zkoumá;
- dokáže formulovat myšlenky vlastními slovy;
- využívá různých způsobů komunikace;
- má rozvinuté funkční a kombinační myšlení;
- využívá vhledu, intuice, kreativity;
- dokáže zobecňovat;
- dokáže vidět souvislosti;
- má dokonale vytvořené matematické představy.

2.9 Vzdělávání žáků v rámci běžné základní školy, současný stav inkluze v ČR, pozitiva, problémy, perspektiva

Začlenění všech žáků se speciálními vzdělávacími potřebami do hlavního vzdělávacího proudu je cílem inkluze v českých školách. Je však nutné respektovat individuální potřeby a specifika každého žáka.

Podle zdrojů České školní inspekce (zveřejněno v Lidových novinách 1. 2. 2020) se zvyšují jak počty žáků vyžadujících určitou podporu při vzdělávání, tak počty asistentů ve školách.

Tab. 3: Přehled počtu žáků se speciálními vzdělávacími potřebami

Školní rok	Žáci s SVP	Žáci se soc. znevýh.	Žáci se zdrav. znevýh.	Počet asistentů
2016/2017	85 716	2 159	2 560	13 299
2017/2018	107 772	8 732	13 721	17 725
2018/2019	120 845	14 305	23 436	21 039

Ve školním roce 2019/2020 se celkový počet asistentů zvýšil na 24 270.

Podle našich zkušeností je inkluze žáků se specifickými poruchami úspěšná, pokud je zajištěna po stránce personální (učitel, asistent, rodiče) i po stránce materiální (dostatek prostředků na podpůrná opatření, didaktické materiály).

Velmi dobrou situaci sledujeme na prvním stupni základní školy, kdy učitelé mají dostatek informací, vzdělávají se v dalších kurzech, jsou empatičtí k žákům a z výsledků své práce mají radost. Spolupráce s asistenty se ve většině případů daří.

Situace se zlepšuje i na druhém stupni ZŠ, učitelé se vzdělávají, snaží se žáky a jejich problémy pochopit. Ve velkém rozporu jsou možnosti hodnocení žáků s SPU s požadavky na přijímací zkoušky na střední školy.

Za perspektivní považujeme inkluzivní výuku žáků s SPU v běžné třídě základní školy s tím, že rozhodujícím činitelem je učitel a samotný žák. Učitel musí vytipovat základní problémy žáka, jeho strategie při počítání a tomu přizpůsobit nápravná opatření. Žák by se měl chtít vzdělávat a pravidelně pracovat. Podporu vzdělávání žáků s poruchami učení v rámci běžné třídy základní školy vyjadřují sdělení žáků, kteří byli vzděláváni ve speciálních školách zaměřených na SPU: „Měli jsme pěkné známky, nemuseli jsme nic moc dělat, ale nic jsme neuměli. Při přechodu na střední školu jsme museli učivo matematiky dohánět. Raději bych byl na základní škole, měl horší známky, ale věděl bych, co mám umět.“ Podotýkáme, že se jednalo o žáky se specifickými poruchami učení, avšak s úrovní rozumových schopností nad průměrem populace.

2.10 Zkušenosti ze zahraničí, přístupy k inkluzivnímu vzdělávání v zahraničí

Zahraniční zkušenosti týkající se vzdělávání žáků s SPU získáváme:

- studiem zahraniční literatury;
- zahraničními stážemi;
- rozhovory se studenty programu Erasmus z jiných zemí;
- ze zpráv dalších institucí, např. ČŠI.

V roce 2015 byl v Londýně a New Yorku vydán sborník The Routledge International Handbook of *Discalculiaand Mathematical Learning Difficulties* (ed. Steve Chinn), ve kterém jsou, mimo jiné, uvedeny výsledky výzkumů a zkušenosti s intervenčními technikami z několika zemí:

- Dyscalculia in Arabic speaking children (Everatt et al.);
- Mathematics learning and difficulties among Chinese children in Hong Kong (Ho et al.);
- The acquisition of mathematics skills of Filipino children with learning difficulties (Hamak et al.).

Ukazuje se, že problémy dětí v matematice, způsobené specifickými poruchami učení, jsou analogické jako u dětí v českých zemích a také nápravná opatření jsou – vzhledem k zákonitostem v matematice – velmi podobná. Systém vzdělávání je však přizpůsoben specifickým zvláštnostem každé ze zemí.

Zkušenosti studentů ze zahraničních stáží uvádí např. studentka Čejková (2018), která studovala v Dublinu: „Irsko má pevně legislativně ukotvený proinkluzivní styl vzdělávání i definovaná podpůrná opatření pro žáky se SVP s názvem Department of Education and Skills“. Systém speciálních poradenských pracovišť však není rozvinutý v takové míře, jako v České republice, existují tam státní i soukromá pracoviště. Ve státních pracovištích jsou zpravidla dlouhé objednávací lhůty, soukromá pracoviště jsou náročná finančně. Péče ve školách je zřejmě na velmi dobré úrovni. Studentka uvádí autentické sdělení jednoho z rodičů, které z hlediska inkluzivního vzdělávání považuji za stěžejní, tj. že děti nejsou tzv. „nálepkovány“, že mají nějaké speciální vzdělávací potřeby:

> „Školy nemívají speciálního pedagoga. Je tam víc asistentů, jsou rozmístěni ve třídách, vždy podle toho, ve které třídě je jaké dítě, které by potřebovalo pomoc s čímkoliv, takže ne jenom pomoc metodickou při matematice, ale jakoukoliv. Asistenti jsou v té třídě permanentně a o děti se starají. Ale je to tak, že třeba i jejich spolužáci si toho nemusí všimnout, že ten jejich spolužák má nějaké problémy s učením, s jazykem, s matematikou, s čímkoliv. Oni se snaží, aby to dítě bylo co nejlépe zařazené a aby co nejvíc zapadlo do té třídy. Asistent tam není viditelně pro dítě, ale pro všechny. Navíc učitelé nehodnotí žáky transparentně, žáci často nemají ponětí o studijních výsledcích svých spolužáků. Asistent se tedy může věnovat dětem s mentálním postižením stejně tak jako dětem nadaným nebo se specifickými poruchami učení a přitom nikdo nemusí vědět, který z nich je který.“

Další podstatná zkušenost, kterou studentka uvádí a která je v souladu i s naším přesvědčením, se týká učitelů:

> „Vzdělávání učitelů, kteří mají ve třídě dyskalkulického žáka, probíhá hlavně na základě podpory učitele v jeho vlastním přesvědčení, že všechny děti s dyskalkulií se mohou naučit základům matematiky a nejen těm, pokud se metody výuky mění dle aktuálních potřeb žáka.“

Zpráva České školní inspekce (ČŠI, 2018) uvádí zkušenosti s inkluzivním vzděláváním ze Skotska, Irska, Francie, Německa a USA z hlediska hodnocení rovných příležitostí ve vzdělávání. Je zde konstatováno, že přenosy z jiných kulturních kontextů jsou nesnadné, avšak mohou posloužit jako zdroj inspirace pro tvorbu metodik. Faktorů a proměnných, které ovlivňují inkluzivní vzdělávání, je mnoho. Záleží na koncepci školy, regionálním umístění, pedagogickém vedení, kvalitě pedagogického sboru, podpůrných opatřeních, posuzování vzdělávacích výsledků žáků, počtu výukových hodin příslušných předmětů, ale také na finančních zdrojích a dalších.

3 Dílčí projekt KA6 – modul 9: Žáci se specifickými poruchami učení – matematika

3.1 Cíl projektu, metodologie

V současnosti se na základních školách zvyšuje počet žáků, kteří vyžadují specifické postupy při výuce matematiky. Jsou to žáci se specifickými poruchami učení, zejména s dyslexií, dysgrafií, dysortografií, dyskalkulií. K této skupině žáků se řadí skupina žáků demotivovaných i žáků s nízkým vzdělávacím potenciálem. Cílem projektu je pracovat se žáky, kteří mají diagnostikovanou specifickou poruchu učení, avšak jejich inteligence je v pásmu průměru až nadprůměru, mají podnětné rodinné prostředí, v ostatních výukových předmětech prokazují dobré až výborné výsledky, chtějí se vzdělávat, avšak jejich problémy v matematice jsou velmi závažné.

Dílčí cíle projektu

DC 1: Realizovat možnosti začlenění žáka s dyskalkulií do heterogenní třídy v rámci inkluzivního vzdělávání.

DC 2: Analyzovat konkrétní problémy žáka v matematice, podporovat jeho sebedůvěru a schopnost samostatné práce. Zbavit žáka nezájmu a odporu k matematice a nepřiměřeně pomalého tempa při práci.

DC 3: Připravit vhodné metodické materiály a pomůcky, které žáka osloví a pomohou mu problémy v matematice překonávat.

Cílová skupina

Cílovou skupinu tvořili žáci dvou tříd základní školy. Žáci jedné třídy tvořili výzkumnou skupinu a žáci druhé třídy skupinu kontrolní.

Výzkumná skupina byla třída 5. ročníku běžné základní školy, která využívala klíčových aktivit. Počet žáků 21, chlapců 9, děvčat 12.

Kontrolní skupinu tvořili žáci 5. ročníku běžné základní školy, třída nebyla zařazena do klíčových aktivit. Počet žáků 24, chlapců 13, děvčat 11.

Základní škola, na které byl výzkum realizován, je zaměřena na rozšířenou výuku jazyků. Ve výuce využívá prvků Daltonského plánu.

Inkludovaný chlapec je klidný, vyrovnaný, sociálně zdatný, nekonfliktní, výborně vychází se spolužáky. Má vyhraněné zájmy (doprava, cestování, historie, encyklopedie). Poruchy učení se objevují ve čtení, psaní, v matematice. Projevuje se u něj odpor k matematice, nulová sebedůvěra. Základní spoje všech operací nezvládá, nerozumí jednotlivým operacím, má tendenci počítat po jedné. Nové postupy se učí s obtížemi, při písemných algoritmech často zaměňuje operace, např. část příkladu odčítá a část sčítá. Naprosto se neorientuje ve slovních úlohách. Problémy nemá s porovnáváním přirozených čísel, dobře chápe pojem zlomku. Komunikace s asistentkou je výborná.

Metodologie

V rámci realizace výzkumného projektu vylo využito akčního výzkumu. Jeho cílem bylo řešení konkrétního problému a hledání cesty k žádoucí změně ve výuce matematiky.

Nástroje:

- Dotazník SDQ.
- Klíčové aktivity zařazené do vyučovacích hodin.

Etika výzkumu

Výzkumník jednal v souladu s GDPR (General Data Protection Regulation). Bylo respektováno obecné nařízení Evropského parlamentu Rady EU stanovující nová pravidla pro zpracování osobních údajů platné od 25. 6. 2018. Nahrazuje zákon č. 101/2000 Sb., o ochraně osobních údajů a změně některých zákonů.

3.2 Výuka matematiky se zřetelem k cílové skupině

3.2.1 Výukové strategie vhodné k uvedení základních matematických pojmů a porozumění matematickým operacím

Při realizaci klíčových aktivit byly uplatňovány následující výukové strategie:

- Respektování logické výstavby matematického učiva. Aby žák zvládl učivo vyšší úrovně, je nezbytné, aby zvládal učivo základní. Příklad: jestliže má v 5. ročníku pracovat s písemnými algoritmy početních operací, měl by zvládnout operace pamětné. Byly uplatňovány strategie zvládnutí sčítání a odčítání s přechodem přes základ 10, rozklady čísel, základní spoje operací násobení a dělení s porozuměním.
- Náměty úloh byly vybírány tak, aby odpovídaly zájmům žáka (zájem o historii, geografii).
- Bylo prezentováno využívání matematiky v reálném životě (žák dobře rozumí úlohám, ve kterých se vyskytují peníze).
- Postupně byly uplatňovány vztahy a souvislosti mezi matematickými pojmy.
- Příklady byly přizpůsobovány možnostem žáka (např. číselný obor do 10 000).
- Intenzivní podpora při neustálém procvičování. Speciální sešit, přiměřené množství úkolů. Systematické opakování dříve probíraných postupů.
- Instruktivní přístupy, podrobné návody k postupům při řešení úloh, jednoduché pokyny při vysvětlování učiva.
- Práce s asistentkou v prostředí mimo třídu, klid k práci.
- Výrazné uplatňování individuální výuky.
- Vytipování nejčastějších problémů v jednotlivých oblastech matematického učiva, komunikace v oblasti matematického jazyka.
- Sledování vlastních strategií žáka při budování matematických pojmů a zvládání operací s čísly.

3.2.2 Předpoklady žáků ke zvládnutí matematické symboliky a jazyka matematiky, rozvoj komunikativních dovedností

- V průběhu výzkumu byly sledovány schopnosti žáka k zápisu číslic, čísel, matematických operací. Zpočátku se vyskytovaly problémy se zápisem číslic – číslice žák psal zdola nahoru. Některé příklady zapisoval nesmyslně, např. při odčítání zapisoval nejdříve menšitele, potom menšence (100 – 560).
- Vyjadřovací schopnosti v oblasti matematiky jsou velmi slabé, nedokáže srozumitelně formulovat myšlenku.
- Při pamětném sčítání a odčítání počítá po jedné, ukazuje si na prstech, avšak chybně. Příklad 12 + 4 počítá:
    - 12, 13, 14, 15, zapíše 12 + 4 = 15.

  Analogicky 16 − 3 počítá:

    - 16, 15, 14, zapíše 16 − 3 = 14.
- Komunikativní dovednosti v oblasti řešení slovních úloh, kdy je třeba provést matematizaci, tj. převést český jazyk do symbolického jazyka matematiky (zápis příkladu, rovnice apod.), jsou na velmi nízké úrovni.
- Nemá vytvořenu představu přirozeného čísla, počet prvků i málopočetných skupin určuje pouze počítáním po jedné, nedokáže číslo rozložit ani strukturovat.
- Číslice zapisuje zásadně zdola.
- Nechápe význam početních operací, zejména odčítání. Sčítá tak, že počítá po jedné, odčítá stejným způsobem. Nemá představu o významu operací s přirozenými čísly, zejména odčítání. Nevadí mu, že rozdíl je větší než menšenec. Z toho vyplývají chyby:
    - 12 + 5 = 16, počítá vyjmenováváním řady čísel a ukazováním si na prstech: 12, 13, 14, 15, 16;
    - 17 − 9 = 9, vyjmenovává po jedné číselnou řadu a ukazuje si na prstech: 17, 16, 15, 14, 13, 12, 11, 10, 9.

Problémy inkludovaného žáka v 5. ročníku ZŠ

Pokud si zapíše tento příklad pod sebe

$$\begin{array}{r} 17 \\ \underline{-\ 9} \end{array},$$

počítá 9 a kolik je do 17: 8. Správně zapíše 8, říká „jednu si držím“ (na palci) a počítá dále: 1 + 1 = 2. Přechod mezi desítkami navodí sčítání.
Takže příklad zapíše takto:

$$\begin{array}{r} 17 \\ \underline{-\ 9} \\ 28 \end{array}$$

a) Při pamětném odčítání dvojciferných čísel neustále odčítá od většího čísla číslo menší:
    - Příklad 32 – 15 = 23   počítá   3 – 1 = 2,   5 – 2 = 3.

b) Při písemném sčítání a odčítání má mechanicky nacvičené postupy při provádění příslušných algoritmů. Daří se mu písemné sčítání a odčítání, pokud obě čísla mají stejný počet cifer. Např. příklady typu 438 + 285, 976 + 548, 723 − 285, pokud je má napsané pod sebou, počítá správně.

    Problémy činí úlohy, kdy čísla nemají stejný počet cifer. Při odčítání s přechodem přes základ 10 mu přičítání desítky někdy navodí operaci sčítání; když nemůže přičíst jednotku k menšiteli, přičte ji k menšenci. Např. 100 − 66 při písemném odčítání počítá takto:
    - 6 a kolik chybí do deseti – čtyři. Jednu si držím, 6 + 1 = 7.
      7 a kolik chybí do deseti – tři. Jednu si držím, 1 + 1 = 2.

$$\begin{array}{r} 100 \\ \underline{-\ 66} \\ 234 \end{array}$$

c) Při operaci násobení nechápe její význam, takže nedokáže znázornit graficky ani vysvětlit význam, co představuje příklad 4 · 3. Správně však dokáže příklad zapsat pomocí sčítání, např. 4 · 3 = 3 + 3 + 3 + 3.

d) Slovní úlohy neumí řešit samostatně, pouze s vedením.

3.2.4 Kompenzační a reedukační přístupy, individuální přístupy k žákům

- **Metodické řady úloh**

K ilustraci uvádíme metodickou řadu úloh týkajících se písemného dělení jednociferným dělitelem, která je vytvořena na základě postupu (viz příloha):

1. motivace dělení;
2. první cifra dělence je větší než dělitel (případně je rovna děliteli), dělení je beze zbytku;
3. první cifra dělence je větší než dělitel, je se zbytkem;
4. první cifra dělence je menší než dělitel;
5. dělení se zbytkem;
6. čísla s nulami.

- **Počítání s čísly nižších řádů (např. do tisíců, desetitisíců)**

  Sčítej písemně:

$$\begin{array}{r} 345 \\ \underline{423} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 159 \\ \underline{538} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 856 \\ \underline{\ \ 97} \end{array}$$

- **Odčítej písemně:**

$$\begin{array}{r} 764 \\ \underline{-\ 123} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 431 \\ \underline{-\ 217} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 634 \\ \underline{-\ 377} \end{array}$$

- **Jednoduché slovní úlohy s tematikou z oblasti zájmů žáka; ilustrace pracovních listů se slovními úlohami**

Pracovní list 1

Údaje o městě Brně

1. První zmínka o Brně se objevila v Kosmově kronice a pochází z roku 1091.
2. Hlavním městem Moravy se Brno stalo v roce 1641 po dobytí Olomouce švédskými vojsky.
3. V letech 1643–1645 obléhali Brno Švédové. Od té doby se na Petrově zvoní poledne v 11 hodin.
4. Velké Brno vzniklo v roce 1919 připojením okolních obcí.

Vyber si některé z událostí a vypočítej, kolik roků od té doby do dneška uplynulo.

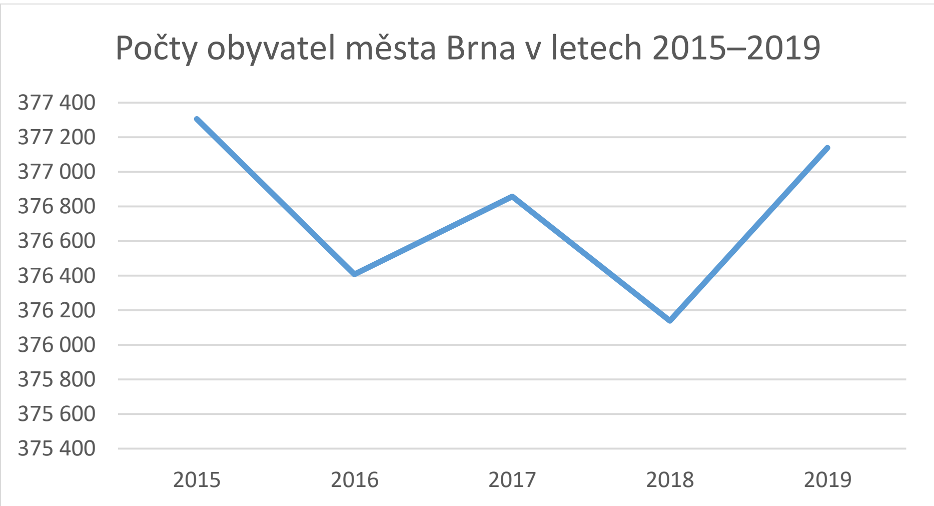
1. Počet obyvatel města Brna v roce 1919 byl 122 000, v roce 2019 je 377 139.
   a) kolik se počet obyvatel zvýšil?
   b) Kolikrát (přibližně) se počet obyvatel zvýšil?
2. V tabulce je uveden počet obyvatel města Brna za posledních pět let.

Tab. 4: Přehled počtu obyvatel města Brna

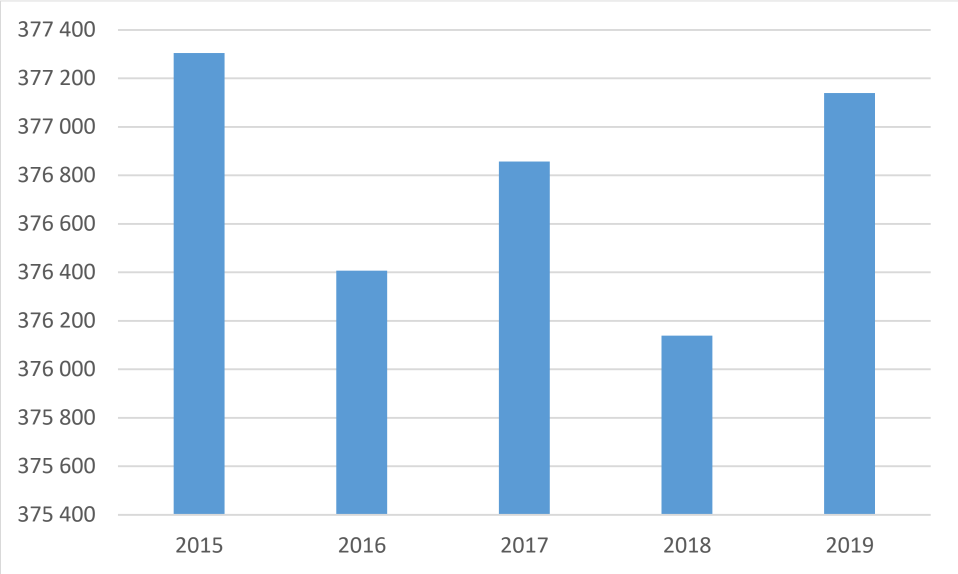
Rok	2015	2016	2017	2018	2019
Počet obyvatel	377 305	376 407	376 857	376 989	377 139

a) Zaokrouhli čísla na tisíce.
b) V kterém roce bylo obyvatel nejvíce, v kterém nejméně?
c) Z grafů urči, mezi kterými roky došlo k největší změně.

Graf 1: Spojnicový diagram znázorňující změny počtu obyvatel v letech 2015–2019



Graf 2: Sloupkový diagram znázorňující změny počtu obyvatel v letech 2015–2019



Pracovní list 2

Doprava v Brně

1. V roce 2019 měl dopravní podnik v Brně 306 autobusů, 142 trolejbusů a 303 tramvají. Kolik je to dopravních prostředků celkem?
2. Tyto dopravní prostředky jezdí na linkách. Autobusových linek je 58, trolejbusových linek je 13 a tramvajových linek je 11. Kolik je to celkem?
3. Jak je to dlouho? Kolik roků uplynulo od té doby do dneška?
   První tramvajové vozy tažené koňmi vyjely poprvé v roce 1869.
   První parní tramvajová lokomotiva začala jezdit v roce 1884.
   První elektrické tramvaje vyjely v roce 1900.
   První autobusy se v Brně objevily v roce 1930.
   První trolejbus v Brně vyjel v roce 1949.
   Od roku 1946 jezdí na brněnské přehradě lodní doprava.

Pracovní list 3

Moravské zemské muzeum

Co můžeš z uvedených údajů vypočítat? Vymysli příklady. Můžeš doplnit další údaje?

1. Moravské zemské muzeum bylo založeno císařským dekretem Františka I. v červenci 1817.
2. Stavba pavilonu Anthropos byla dokončena v roce 1962, jeho rekonstrukce pak byla dokončena v roce 2006.
   Tradice však sahá do roku 1928, kdy byla na Výstavišti v Brně uskutečněna výstava soudobé kultury v Československu.

Vysoké školy v Brně

V roce 2019 slaví některé brněnské vysoké školy výročí svého vzniku:

Vysoké učení technické	120 roků
Masarykova univerzita	100 roků
Veterinární a farmaceutická univerzita	101 roků
Univerzita obrany	15 roků

Ve kterém roce tyto školy vznikly?

Naše škola

Ve kterém roce byla postavena budova naší školy? Zapiš také římskými číslicemi.

Co všechno můžeme o naší škole zjistit?

3.2.5 Multisenzorický přístup, vhodné metody práce, aktivity, pomůcky, prostředky ICT

Ke zvládnutí učiva nižší úrovně byly využívány různé pomůcky, které sloužily k podpoře zvládnutí sčítání a odčítání v oboru do dvaceti s přechodem přes základ deset:

- **Mřížky, korálky, víčka od PET lahví, drobné přírodniny apod.**

  a) Ilustrace příkladu 7 + 9:

  7 + 9 = 7 + (3 + 6) = (7 + 3) + 6 = 10 + 6 = 16

O	O	O	O	O	O	O	●	●	●
●	●	●	●	●	●				

Obr. 2: Mřížka ke znázornění sčítání přirozených čísel v oboru do 20.

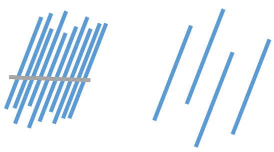
  b) Ilustrace příkladu 14 − 6:

  14 − 6 = 14 − (4 + 2) = (14 − 4) − 2 = 10 − 2 = 8

O	O	O	O	O	O	O	O	Ø	Ø
Ø	Ø	Ø	Ø						

Obr. 3: Mřížka ke znázornění odčítání přirozených čísel v oboru do 20.

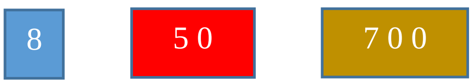
- **Svazky brček nebo tyčinek po deseti modelující desítky, jednotlivá brčka modelující jednotky.**



Obr. 4: Znázornění sčítání a odčítání pomocí svazku brček.

Při odčítání 14 − 6 je třeba, aby žák desítku rozvázal a vybral z ní dvě potřebné jednotky.

- **Karty s čísly modelující jednotky, desítky, stovky, tisíce atd.**



Obr. 5: Kartičky k modelování víceciferných čísel.

Při modelování čísla 758 žák pokládá kartičky na sebe a v podtextu vidí všechny řády, nejen izolovaná čísla 7, 5, 8.

- **K procvičování učiva se využívají různé deskové hry: loto, domino, pexeso, bingo, křížovky, magické čtverce aj.**
- **Procvičovací počítačové programy, např. Školákov, MatMat, Matematika online cvičení a mnoho dalších.**
- **Kalkulačka, která může sloužit zejména jako motivační prostředek k provádění zkoušek správnosti.**

3.2.6 Vyhodnocení

Práce s inkludovaným žákem přinesla mnoho pozitiv jak samotnému žákovi, tak třídě, kterou navštěvuje, ale i učitelům a výzkumníkům.

- Došlo ke zlepšení vztahu žáka k matematice a výraznému zvýšení sebevědomí. Je jistější při řešení příkladů a úloh, nevzdává se předem. Je však nutná volba úloh, které je schopen zvládnout. Zmenšení obav ze selhání vede k lepšímu zvládnutí učiva.
- V oblasti základního učiva je schopen pracovat na stejných úkolech jako jeho spolužáci.
- Operace s přirozenými čísly pamětné i písemné zvládá, někdy i s čísly do milionu. Když se občas objeví chyby plynoucí z jeho deficitu, dokáže je opravit.
- Výrazný posun nastal při řešení slovních úloh, speciálně pro něj formulovaných (zejména volbou tematiky, která jej zajímá). Zbavil se obav ze slovních úloh, dokáže analyzovat zadání a rozmyslet si postup řešení.
- Sekvenční přístup k výuce měl vliv i na ostatní žáky třídy, kteří mají s matematikou problémy. Postupy a pomůcky pomohly i ostatním žákům.
- Pro učitele je přínosné vidět, že existují cesty, jak pracovat se žákem se specifickými poruchami učení.
- Pro výzkumníka bylo řešení projektu přínosné mimo jiné v tom, že se utvrdil v přesvědčení, že každého žáka je možné matematiku naučit, že je jen potřeba najít základní problém, od kterého se odvíjí reedukační postupy, a že je nutné respektovat individualitu žáka jednak v otázce jeho strategií, jednak v otázce jeho zájmů. Přínosná byla i spolupráce s vynikající učitelkou, velmi vstřícnou k potřebám žáka.

3.3 Analýza dat SDQ-Cze

V rámci řešení projektu bylo provedeno kvalitativní výzkumné šetření s využitím dotazníku předností a nedostatků SDQ – Cze, který byl zpracován a vyhodnocen ve spolupráci s pracovníky Institutu výzkumu dětí, mládeže a rodiny Fakulty sociálních studií MU. Dotazník byl zadán ve dvou třídách: v experimentální třídě, ve které byl zařazen inkludovaný žák a ve třídě kontrolní, ve které intervence neprobíhala. Dotazník byl zadáván dvakrát, a to na počátku školního roku a po ukončení intervence na konci školního roku. Dotazník obsahoval 25 položek, které byly rozděleny do pěti skupin:

- Emocionální symptomy;
- Problémové chování;
- Hyperaktivita a nepozornost;
- Problémy ve vztazích s vrstevníky;
- Prosociální chování.

Výsledky této části výzkumné činnosti byly zpracovány statisticky a zveřejněny v on-line publikaci Inkluzivní didaktika v praxi základní školy. Teorie, výzkum a praxe zpřístupněné na Munispace (https://munispace.muni.cz/library/catalog/book/1974).

Závěr výzkumného šetření

Nalezli jsme statisticky významné rozdíly mezi experimentálními a kontrolními skupinami napříč jejich průměrnými skóry externalizujícího, internalizujícího a prosociálního chování, přičemž experimentální skupiny skórovaly výše v problematickém externalizujícím a internalizujícím chování a níže v prosociálním chování. Ačkoli rozdíly mezi výzkumnými skupinami byly mírně výraznější na začátku školního roku než na jeho konci, efekt interakce mezi časem sběru dat a experimentální skupinou nikdy nedosáhl statistické významnosti. Za nezanedbatelný považujeme vliv pohlaví, kdy dívky dosahovaly nižších skórů externalizujícího chování a vyšších skórů prosociálního chování. To, zda je efekt zapříčiněn skutečně tím, že dívky jednají méně problémově a více prosociálně, či zda jsou tak pouze vnímány učitelkami, ponecháváme otevřené k diskuzi. Každopádně jsme nenalezli přesvědčivé důkazy o tom, že by v průběhu školního roku došlo k výraznějšímu poklesu problémového (internalizujícího a externalizujícího) chování, resp. výraznějšímu nárůstu prosociálního chování u experimentálních skupin ve srovnání se skupinami kontrolními. Tyto trendy jsou sice v datech naznačeny, nicméně ze statistického hlediska je nepovažujeme za průkazné. I z hlediska věcné významnosti se jedná o změny příliš malé na to, aby mohly posloužit jako důkaz o účinnosti experimentální podmínky. Za hlavní limit ze statistického hlediska považujeme výrazný efekt podlahy (resp. stropu v případě prosociálního chování) použitého nástroje měření, jehož důsledkem bylo výrazné zešikmení závislých proměnných. Přibližně jedna třetina žáků dosáhla minimálního možného skóru externalizujícího či internalizujícího chování (resp. maximálního možného skóru prosociálního chování) již při prvním sběru dat, a tudíž u těchto žáků ani žádný pokles skórů problémového chování (resp. nárůst skórů prosociálního chování) nemohl být pozorován.

Diskuse k aplikaci nástroje ve třídě se žákem s dyskalkulií

Ve třídě s inkludovaným žákem bylo zadáno a vyhodnoceno 21 dotazníků (12dívek, 9 chlapců), v kontrolní třídě 23 dotazníků (10 dívek, 13 chlapců); jednalo se o 5. ročník základní školy.

Při aplikaci nástroje v rámci Modulu 9 ve třídě naší spolupracující školy, kde se vzdělává žák s dyskalkulií, a ve třídě kontrolní jsme předpokládali nepatrný posun ve zjištěných datech na začátku a konci školního roku. Tato domněnka vycházela z předpokladu, že intenzivní individuální péče a volba vhodných výukových metod posune nejen dyskalkulického žáka, ale i další žáky, kteří mají problémy v matematice. Sekvenční a multisenziorální přístupy posloužily k obohacení matematických znalostí žáků. Je třeba brát v úvahu také další faktory, které hrají ve vzdělávání žáků rozhodující roli, jako je osobnost učitele, rodinné zázemí, vliv a úroveň asistenta/asistentky, osobnostní vlastnosti žáka, jeho mentální úroveň atd. Proměnných při vzdělávání je mnoho a všechny proměnné proces vzdělávání určitou měrou ovlivňují. Žáci během jednoho školního roku zpravidla učiní posun v mnoha sledovaných oblastech, někdy i bez ohledu na to, zda byla ve třídě aplikována nějaká intervence. Naše intervence však byla přínosná. Patrné změny lze sledovat zejména v oblasti prosociálního chování. Z hlediska potřeb je pro matematické vzdělávání přínosné, že k posunu došlo v položkách „přemýšlí, než něco udělá“, „vytrvá u úkolu do konce, vydrží dávat pozor“. V oblasti internalizujícího chování jde o položky „snadno se dá vyrušit, špatně se soustředí“, „je nervózní nebo nesamostatný/á v nových situacích, snadno ztratí sebedůvěru“. Dle sdělení třídní učitelky a zároveň metodika inkluze v projektu intervence ve třídě smysl měla, obohatila žáky, ale také ji jako učitelku žáka s dyskalkulií; také obohatila další žáky, kteří sice diagnostikováni nejsou, ale s matematikou mají problémy.

4 Didaktické postupy

4.1 Metody práce, metodické postupy

Při výuce inkludovaného žáka byly využívány takové metody práce, které mu vyhovovaly a které přispívaly ke zmírnění problémů v matematice. Je třeba poznamenat, že metody byly přizpůsobovány konkrétním situacím a učivu. Jednotlivé metody je třeba volit velmi citlivě, neboť snadno dochází k nesprávným analogiím, tj. žák např. využije instrukci v naprosto nevhodném kontextu nebo uplatní vlastní strategie z matematického hlediska zcela nesprávně. Zpočátku žák vyžaduje jasné instrukce a postupy, sám nepřijde na žádné řešení, avšak po mnoha opakujících se postupech získává jistotu a projevuje větší míru samostatnosti.

Metoda individuálního přístupu

Individuální výuka byla vesměs realizována za přítomnosti asistentky, střídala se práce v kmenové třídě s prací mimo třídu. Žák potřeboval k práci klid, někdy se nedokázal koncentrovat při práci mezi ostatními žáky. Zpočátku bylo třeba žáka motivovat k práci v matematice, zbavit ho negativního vztahu k matematice a alespoň částečně posilovat jeho zájem o práci. Plánovité vedení k porozumění a pochopení jednotlivých pojmů, pravidel a využívání oblastí zájmů žáka vedlo postupně k posilování jeho vlastní iniciativy, přemýšlení o postupech, které provádí, osvojování nových dovedností. Možnost sledovat jeho myšlenkové pochody přispěla k okamžité identifikaci jeho problémů, specifických postupů a vlastních strategií a případné eliminaci chyb.

Spolupráce asistentky s učitelkou matematiky byla velmi dobrá. Vzájemný vztah žáka a asistentky byl vstřícný. Učitelka i asistentka byly erudované jak v matematice, tak ve speciální pedagogice.

Metoda přímých instrukcí

Postupy ve výuce matematiky, které jsou založeny na metodě přímých instrukcí, vyžadují promyšlené uspořádání učební látky. Pro žáky s SPU je to metoda poměrně efektivní, avšak musí respektovat individuální zvláštnosti žáka. Přitom se neomezujeme na pouhé předávání instrukcí učitelem, ale na aktivní zapojení žáka do diskuse a do procesu učení. Při využívání této metody můžeme zpravidla postupovat takto:

- Informace o učivu, které je třeba zvládnout, motivace, k čemu mi to bude.
- Potřebné znalosti z předcházejícího učiva.
- Pokud nezbytné znalosti z předcházejícího učiva chybí, je třeba zpracovat plán na jejich postupné zvládnutí, potřebné reedukační a kompenzační postupy.
- Zpracování instrukcí ke zvládnutí probíraného učiva.
- Koncentrace na podstatné jevy. Instrukce by měly být jasné, žákovi srozumitelné, se zapojením co nejvíce smyslů.

Jaké principy byly uplatňovány při konkrétní práci se žákem:

- Vymezení základního učiva, v tomto případě sčítání a odčítání v oboru do dvaceti, zvládnutí základních spojů násobení a dělení v oboru do 100. Bez tohoto základu by žák obtížně postupoval dál, zejména při písemných algoritmech početních operací a dalších tématech.
- Vytváření správných představ o probíraných pojmech, porozumění matematickému jazyku.
- Rozvíjení schopnosti využít informace v různých situacích, zejména ve slovních úlohách. Tematika slovních úloh byla volena z oblastí zájmu žáka (historie, geografie).
- Postup od konkrétního k abstraktnímu. Od práce s konkrétními předměty přecházet k obecným závěrům.

Při využívání metody přímých instrukcí je třeba pečlivě vnímat postupy žáka. V některých případech se stane, že žák využije nesprávného transferu a přímou instrukci použije v situaci, která není vhodná, ve které pak dochází k chybám.

Metoda postupně rozvíjejícího se učení a logické návaznosti učiva

Autorství teorie postupně rozvíjejícího se učení se přičítá J. Piagetovi a L. S. Vygotskému; tato teorie je založena na myšlence, že dítě během postupu učení prochází několika stádii intelektuálního rozvoje. Žák by měl dosáhnout příslušného stádia vývoje, aby výuka mohla být úspěšná. Matematické znalosti se v průběhu učení postupně rozvíjejí s cílem určitého stupně abstrakce. Jsou postupně budovány od jednoduššího ke složitějšímu, od konkrétního k abstraktnímu. Také matematické myšlení je rozvíjeno od nesystematického k systematickému.

Ke zvládnutí základních dovedností jsme využívali např. návaznosti při sčítání a odčítání přirozených čísel:

- $5 + 3 = 8$, $15 + 3 = 18$, $50 + 30 = 80$, $500 + 300 = 800$ atd.
- $9 - 4 = 5$, $19 - 4 = 15$, $90 - 40 = 50$, $900 - 400 = 500$ atd.

Je třeba upozornit na některá rizika, žák například může uplatňovat nesprávný postup při řešení úloh 500 + 30 = 800, nebo 900 − 40 = 500 (pracuje pouze s nenulovými řády v číslech).

Metoda využívání „jemných“ metodických řad

Metodickými řadami úloh rozumíme zpracování učiva tak aby vycházelo od nejjednodušších úloh a náročnost byla zvyšována tak, aby v každé úloze byl jeden nový krok. Tuto metodu jsme využívali zejména při písemných algoritmech početních operací.

Např. při písemném násobení jednociferným činitelem můžeme využít postupu, kdy počítáme nejprve příklady, ve kterých se nevyskytují přechody mezi řády, potom příklady s jedním přechodem, potom příklady se dvěma přechody, a nakonec čísla s nulami, např.:

123	127	162	178	385	302
. 3	. 3	. 3	. 3	. 3	. 3

Analogicky jsme využili tuto řadu příkladů pro násobení dvojciferným činitelem, a to nejprve číslem 30 (žák si všimnul, že součin je desetkrát větší než při násobení třemi). Dále jsme

násobili číslem 32, kde již šlo o úpravu algoritmu – posun druhého řádku při násobení dvěma.

Zkoušku správnosti jsme prováděli s využitím kalkulátoru.

Náročnost příkladů (víceciferná čísla, pro žáka složitější násobky) se volí vzhledem k individuálním schopnostem žáka; pokud je násobení dvojciferným činitelem pro žáky náročné, volí se jako kompenzační pomůcka kalkulátor.

Podobné metodické řady byly využity při výuce dělení jednociferným a dvojciferným dělitelem.

Metoda rozčlenění postupu na elementární kroky

Metoda byla využita při nácviku písemného dělení jednociferným dělitelem.

Využívá se v případech, kdy má žák problémy s orientací ve schématech, slovních úlohách.

Např. u písemného dělení je třeba, aby se žák orientoval v algoritmu, který je třeba zvládnout jak v horizontální, tak ve vertikální úrovni, a který je navíc odlišný od algoritmů ostatních operací. Při písemném sčítání, odčítání a násobení přirozených čísel se začíná počítat od jednotek, při písemném dělení se začíná od nejvyššího řádu. Analogicky se při řešení složených slovních úloh využívá rozčlenění úlohy na úlohy jednoduché.

Metody fixační

Vzhledem k tomu, že někteří žáci s SPU velmi rychle zapomínají již zvládnuté učivo, je třeba vypracovat systém častého opakování různými formami práce. Velmi často se využívá didaktických her.

- Hry pohybové – pro celou třídu. Např. nalepíme žákům na záda příklady na pamětné dělení a mají se seskupit do skupin se stejným výsledkem.
- Hry deskové (loto, domino, pexeso, bingo, pyramidy, housenky aj.).
- Hry s čísly – využívá se zajímavých vlastností čísel.

Nedůležitější je vypracování systému opakování:

- Opakovat to učivo, jehož zvládnutí je nezbytné při probírání dalšího učiva.
- Opakovat neustále (téměř každodenně) několik příkladů ze základního učiva (sčítání a odčítání v oboru do dvaceti, základní spoje násobení a dělení).
- Opakovat málo, ale často a za aktivního přispění žáka. Nemá smysl zatěžovat žáky časově dlouhodobým opakováním, které je nebaví.
- Opakovat učivo v aplikacích, v úlohách z běžného života.

Metoda práce s chybou

Chyba byla využívána jako didaktický nástroj. U žáka s SPU se často stávalo, že se začaly znovu objevovat chyby z již zvládnutého učiva. Velmi se projevoval vliv dyskalkulie i dysgrafie jako specifických poruch učení. Při práci se žáky s SPU je nutné rozlišovat chyby z nepozornosti, případně z neznalosti, a chyby způsobené poruchou učení. Při analýze chyb námi zkoumaného žáka se ukázalo, že je někdy schopen chybu najít a opravit, avšak v další, nové situaci ji zopakuje. Jednou z příčin je koncentrace na jiný problém – pak se dyskalkulická chyba zjeví zákonitě. Je to proces neustálého hledání, kdy je třeba zajistit, aby žák neutíkal od problému, když neustále chybuje, a neztratil naději na úspěch.

V některých případech žák chyboval také proto, že nesprávně uplatňoval instrukce, např. při dělení $160 : 40$ přeškrtal nuly a správně počítal $16 : 4 = 4$. Toto pak uplatnil při dalších operacích, při sčítání $30\,000 + 20\,000 = 5$ přeškrtal nuly a sečetl $3 + 2$, při odčítání $150\,000 = 50\,000$ opět přeškrtal nuly a odčítal $15 - 5 = 10$, při násobení $300 \cdot 20$ škrtnul v každém čísle jednu nulu a počítal $30 \cdot 2 = 60$.

Při práci s chybou je třeba upozornit na některé zvláštní situace. Jednou z nich je nabízení tzv. mnemotechnických pomůcek, kdy k chybě může přispět i pedagog.

Mnemotechnická pomůcka: signál „více přičítám, méně odčítám“ je velmi zavádějící, neboť při změně formulace úlohy, např. „mám 20 Kč, a to je více o 5 Kč, než máš ty“ používáme signál „více“, avšak při řešení úlohy je třeba odčítat. Analogicky „mám 20 Kč, a to je o 5 Kč méně, než máš ty“ obsahuje signál „méně“ a při řešení je třeba přičítat. Jde o tzv. úlohy s antisignálem.

Mnemotechnická pomůcka při porovnávání čísel na číselné ose „číslo, které je dál od nuly, je větší“ se vymstí při porovnávání čísel záporných, kde je číslo „dál od nuly“ menší. Při fixaci na „nulu“, tj. počátek číselné osy, je pro žáky obtížné se od tohoto vnímání oprostit, potom je velmi obtížné, téměř nemožné, naučit žáky porovnávat čísla záporná.

4.2 Didaktické pomůcky a metodické materiály

Didaktické pomůcky využívané při konkrétním učivu:

- Ke zvládnutí pamětného sčítání a odčítání přirozených čísel v oboru do 20 byly využívány mřížky a drobný materiál (žetony nebo uzávěry od PET lahví dvou barev).
- Svazky brček k modelování sčítání a odčítání v oboru do 20, později do 100.
- Počitadlo dvacítkové, stovkové.
- Stovková tabulka.
- Karty s čísly k modelování víceciferných čísel.
- Modely mincí a bankovek.
- Řádová tabulka pro víceciferná přirozená čísla
- Řádové počitadlo
- Montessori banka
- Řádové tabulky k modelování desetinných čísel.
- Tabulky k převodům jednotek.
- Modely zlomků.
- Geometrické tvary
- Modely těles, sítě mnohostěnů.

Další didaktické materiály:

K procvičování operací s přirozenými čísly byly využívány:

- hry deskové, např. loto, domino, pexeso, bingo, karty pro násobení;
- hry s čísly, kdy bylo využito zajímavých vlastností čísel (např. násobení čísla 37 násobky čísla 3), stavění „komínů“;
- využívání číselných schémat, housenky, pyramidy, křížovka se samokontrolou;
- hra na obchod, tvorba slovních úloh, práce s účtenkou;
- hra: „Jsi hlava rodiny, co všechno musíš zajistit?“;
- hry pohybové, vyhledávání dvojic nebo skupin se stejným výsledkem, hledání „pokladu“;
- geometrické skládanky – tangram, tetrix aj.;
- stavby z krychlí.

Při využívání didaktických her je třeba sledovat, zda je využit potenciál hry k rozvoji matematických dovedností, tj. zda ze hry vznikne nějaký matematický poznatek. Vždy se zajímáme o to, jak dlouho žák využívá konkrétní pomůcky a názor a kdy je schopen přejít k matematickým zápisům a výpočtům, zda je vůbec schopen přejít k matematickým zápisům, zda a kdy nastane požadovaná abstrakce.

Podpůrné materiály

Kromě pracovních a školních sešitů používal žák speciální sešit, ve kterém využíval cvičení k opakování učiva, které bylo nezbytné k dalšímu učivu, a schematická znázornění výpočtů. K zápisu víceciferných čísel a operací s nimi používal čtverečkované listy. Pro žáka byly zpracovávány speciální pracovní listy přizpůsobené jeho podpůrným opatřením.

Závěrečná část

Tato metodická příručka byla sestavena v rámci řešení projektu *Kvalitní inkluzivní vzdělávání žáků se speciálními vzdělávacími potřebami na základní a střední škole*. Cílem bylo připravit metodický materiál, který by posloužil pedagogům, kteří vzdělávají žáky se specifickými poruchami učení na základních školách, aby se v dané problematice orientovali a přistupovali ke vzdělávání žáků v matematice s fundovanou znalostí.

V jednotlivých kapitolách metodické příručky jsou uvedena teoretická východiska související s matematickým vzděláváním žáků se specifickými poruchami učení. První část je věnována specifičnosti didaktiky matematiky a specifičnosti matematiky jako výukového předmětu na základní škole se zřetelem k žákům, u kterých je diagnostikována některá z poruch učení. Ve druhé části jsou vymezeny základní pojmy související se specifickými poruchami učení a jejich vlivem na úspěšnost žáků v matematice. Tato část je věnována zejména dyskalkulii, jejím projevům a dalším faktorům, které mají vliv na vzdělávání v matematice. Ve třetí části je uveden dílčí projekt a jeho řešení. Poslední část příručky obsahuje didaktické postupy, metody a formy práce a pomůcky, které se osvědčily při aktivitách s inkludovaným žákem. Byly zpracovány klíčové aktivity, které byly zaměřeny zejména na obtížnější učivo matematiky. Při realizaci aktivit se ukázalo, že byly prospěšné pro mnoho dalších žáků třídy.

K úspěšnému vzdělávání přispěla významnou měrou zkušená a erudovaná pedagožka, která poskytovala žákovi individualizovanou výuku v rámci běžné třídy základní školy. Veškerá péče přispěla ke změně postojů žáka k matematice a k postupnému zvýšení sebevědomí a samostatnosti při řešení úloh. K úspěšné realizaci klíčových aktivit přispěla i spolupráce s asistentkou.

Naší dlouholetou snahou je docílit matematického vzdělávání žáků se specifickými poruchami učení tak, aby se zbavili obav z matematiky a dosáhli na takové vzdělání, které jim umožní zvládnout základy matematiky potřebné v jejich profesi a v běžném životě a zvýší jejich matematickou gramotnost. Navrhované aktivity, metody práce i pomůcky jim k tomu mohou napomoci.

Summary

Education of pupils with learning disabilities has been in the centre of attention of teachers, parents as well as the general public. Pupils, who face some problems in mathematics yet perform well to outstandingly in other subjects, require specific approaches when being taught mathematics. When solving our project “Quality Inclusive Education for Pupils with Special Educational Needs at Primary and Secondary School” we verified several ways of teaching mathematics at an ordinary primary school, which might help included pupils to handle some of their problems with this subject.

When educating pupils with learning disorders it is necessary that teachers are familiar with theoretical standpoints of mathematics and didactics of mathematics accenting education of pupils with learning disorders. It is necessary that teachers are sensitive to specific features of mathematics as a subject, which should be given attention especially with respect to educating pupils with learning disorders. Didactics of mathematics in its current discourse focuses on pupils and their cognitive processes.

Furthermore, one needs to be familiar with definitions of various notions related to learning disorders in mathematics and their influence on success of pupils in mathematics (this is especially the case of dyslexia, dysgraphia and dysorthography). Special attention needs to be paid to dyscalculia, its symptoms and chances for reeducation. Individuality of every single pupil is dominant during cognition of mathematical notions, and requires complex approaches of teachers and parents tailored to every pupil’s needs.

When solving our project “Quality Inclusive Education for Pupils with Special Educational Needs at Primary and Secondary School” we focused on teaching mathematics with respect to the needs of the target group of our project. The aim of KA6, module 9, was to focus on teaching pupils with learning disorders, especially those in mathematics. Pupils we worked with were included in a regular primary school classes. Key activities had been prepared in order to introduce new approaches to teaching pupils with learning disorders in heterogeneous classes, with respect to development and strengthening of pupils’ competences. Our project gave a positive outcome in changing attitudes of the included pupils to mathematics and improvement of their results. Also, the structured way of teaching mathematics helped most pupils in the class – those who faced some problems with mathematics yet had not been diagnosed with learning disorders – to better grasp the subject matter.

During the project, several methodological materials, tools and techniques were prepared. These were used during the specific work with the included pupils. This way of teaching can help to develop mathematical literacy of pupils with learning disorders and their inclusion in common life. The appendices contain examples of didactic materials we used.

Literatura

Bartoňová, M. (Ed.). (2007). *Specifické poruchy učení v kontextu vzdělávacích oblastí RVP ZV*. Brno: Paido.

Bartoňová, M. (2007). *Kapitoly ze specifických poruch učení I. Vymezení současné problematiky*. Brno: PdF MU.

Bartoňová, M. (2007). *Kapitoly ze specifických poruch učení II*. Brno: PdF MU.

Bartoňová, M., & Vítková, M. (Eds.). (2007). *Přístupy ke vzdělávání žáků se specifickými poruchami učení na základní škole. Sborník z konference s mezinárodní účastí.* Brno: Paido.

Babtie, P., & Emerson, J. (2018). *Dítě s dyskalkulií ve škole.* Praha: Portál.

Bednářová, J., & Šmardová, V. (2011). *Diagnostika dítěte předškolního věku*. Brno: Computer Press, a. s.

Blažková, R. (2017). *Didaktika matematiky se zaměřením na specifické poruchy učení*. Brno: Munipress.

Blažková, R. (2005). *Training teachers for teaching pupils with learning disorders.* London: Lewisham college.

Blažková, R. (2006). *Školní vzdělávací program a možnosti podpory žáků se specifickými vzdělávacími potřebami v matematice.* Studijní materiály k projektu Podíl učitele matematiky ZŠ na tvorbě školního vzdělávacího programu. Praha: JČMF.

Blažková, R., Matoušková, K., Vaňurová, M., & Blažek, M. (2007). *Poruchy učení v matematice a možnosti jejich nápravy*. Brno: Paido.

Blažková, R., Matoušková, K., & Vaňurová, M. (2011). *Kapitoly z didaktiky matematiky. Slovní úlohy a projekty*. Brno: PdF MU.

Blažková, R., Matoušková, K., & Vaňurová, M. (2013). *Zlomky. Pracovní sešit pro 4. ročník ZŠ.* Praha: Alter.

Blažková, R., Matoušková, K., & Vaňurová, M. (2011). *Desetinná čísla. Pracovní sešit pro 5. ročník ZŠ.* Praha: Alter.

Blažková, R. (2013). *Matematická cvičení pro dyskalkuliky*. Stařeč: Infra.

Blažková, R. (2014). *Matematická cvičení pro dyskalkuliky 2*. Stařeč: Infra.

Blažková, R. (2011). *Zajímavá geometrie pro každého*. E-learning, výukové publikace. Brno: MU.

Budínová, I. (2015). *Mami, tati, já těm zlomkům nerozumím. 1. stupeň ZŠ.* Brno: Edika, Albatros Media.

Budínová, I. (2015). *Mami, tati, já těm zlomkům nerozumím. 2. stupeň ZŠ*. Brno: Edika, Albatros Media.

Čejková, M. (2018). *Podpora žáků se speciálními vzdělávacími potřebami v Irsku* (Seminární práce). Brno: PdF MU.

ČŠI (2018). *Zpráva o možnostech sledování inkluzivních přístupů na úrovni školy*. Dostupné z www.csi.cz/inkluze

Fontana, D. (1997). *Psychologie ve školní praxi*. Praha: Portál.

Fuchs, E., Lišková, H., & Zelendová, E. (2015). *Rozvoj předmatematických představ dětí v předškolním věku.* Praha: JČMF.

Hejný, M., & Kuřina, F. (2009). *Dítě, škola a matematika: konstruktivistické přístupy k vyučování*. 2., aktualizované vydání. Praha: Portál.

Hejný, M., & Stehlíková, N. (1999). *Číselné představy dětí*. Praha: PdF UK.

Hejný, M., et al. (2004). *Dvacet pět kapitol z didaktiky matematiky, 1. a 2. díl*. Praha: Univerzita Karlova.

Chinn, S. (2012). *More Trouble with Maths*. London: Routledge.

Chinn, S. (Ed). (2015). *The Routledge International Handbook of Dyscalculia and Mathematical Learning Difficulties*. London, New London: Routledge.

Chinn, S. (2019). *Maths Learning Difficulties, Dyslexia and Dyscalculia.* 2. vydání. London, Philadelphia: Jessica Kingsley Publishers.

Kaslová, M. (2010). *Předmatematické činnosti v předškolním vzdělávání.* Praha: Raabe.

Košč, L. (2003). *Psychológia matematických schopností*. Praha: SPN.

Košč, L. (1985). *Psychodiagnostika matematických schopností, ich poruch a narušení u detí.* Bratislava: Metod. Mater. VÚDPaP.

Maňák, J., & Švec, V. (2003). *Výukové metody*. Brno: Paido.

Matějček, Z. (1974). *Vývojové poruchy učení*. Praha: SPN.

Matějček, Z. (1987). *Dyslexie*. Praha: SPN.

Matějček, Z (1993). *Dyslexie – specifické poruchy čtení*. Jinočany: H&H.

Matolín, A. (1950). *Početnice pro pátou třídu obecných škol pětitřídních až osmitřídních*. Praha: Státní nakladatelství.

Molnár, J., Schubertová, S., & Vaněk, V. (2007). *Konstruktivismus ve vyučování matematice*. Olomouc: Přírodovědecká fakulta UP.

Musser, G. L., Peterson, B. E., & Burger, W. F. (2013). *Mathematics for Elementary Teachers. A Contemporary Approach*. 10. vydání. Wiley.

Nováková, E., & Novák, B. (2019). *Matematická pregramotnost a učitelé mateřských škol*. Brno: MU.

Novák, J. (2004). *Dyskalkulie*. Havlíčkův Brod: Tobiáš.

Pátek, F., & Trajer, T. (1934). *Mladý počtář. Početnice pro 4. postupný ročník obecných škol československých.* Praha: Státní nakladatelství.

Pavlíčková, L. (2014). *Poruchy matematických schopností žáků s dyskalkulií a jejich vliv na řešení učebních úloh ve fyzice a v matematice* (Disertační práce). Brno: PdF MU.

Piaget, J. (1997). *Psychologie dítěte*. Praha: Portál.

Pokorná, V. (1997). *Teorie, diagnostika a náprava specifických poruch učení*. Praha: Portál.

Pokorná, V. (1998). *Cvičení pro děti se specifickými poruchami učení*. Praha: Portál.

Pokorná, V. (2010). *Vývojové poruchy učení v dětství a dospělosti.* Praha: Portál.

Polgáryová, E., et al. (2015). *Diagnostika, vzdelávanie, hodnotenie a testovanie žiakov se zdravotným znevýhodněním*. Bratislava: NÚCMV.

Portešová, Š., et al. (2014). *Rozumově nadaní studenti s poruchou učení*. Brno: Munipress.

Průcha, J., Walterová, E., & Mareš, J. (1998). *Pedagogický slovník*. Praha: Portál.

Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání. Dostupné z www.rvp.cz

Simon, H. (2006). *Dyskalkulie*. Praha: Portál.

Široká, L. (2008). *Problematika dyskalkulie na základní a střední škole* (Diplomová práce). Brno: PdF MU.

Vítková, M. (Ed.). (2003). *Integrativní školní (speciální) pedagogika. Základy, teorie, praxe.* Brno: PdF MU.

Zelinková, O. (1996). *Poruchy učení*. Praha: Portál.

Zelinková, O. (2001). *Pedagogická diagnostika a individuální vzdělávací program.* Praha: Portál.

Zelinková, O. (2005). Specifické poruchy učení, nové poznatky, výsledky výzkumů. In M. Bartoňová (Ed.), *Edukace žáků se speciálními vzdělávacími potřebami*. Brno: MU.

INTERNETOVÉ ODKAZY

http://www.europan-agency.org

http://www.msmt.cz

http://www.vuppraha.cz

Seznam tabulek, grafů, obrázků, zkratek

Seznam tabulek

Seznam grafů

Seznam obrázků

Seznam zkratek

ČŠI	Česká školní inspekce
APIV	Akční plán pro inkluzivní vzdělávání
GDPR	General Data Protection Regulation
RVP ZV	Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání
SDQ	Strenghts Difficulties Questionnaire
SPU	Specifické poruchy učení
SVP	Specifické vzdělávací potřeby

Jmenný rejstřík

Věcný rejstřík

Přílohy

Příloha č. 1: Formuláře SDQ-Cze dotazníku

DOTAZNÍK PŘEDNOSTÍ A NEDOSTATKŮ (SDQ-Cze)

Pro každou položku vyznačte podle toho, zda s tvrzením rozhodně souhlasíte (je definitivně pravda), spíše souhlasíte (tak trochu pravda), nebo že to tak není (není pravda). Pomůže nám, jestliže odpovíte na všechny položky, jak nejlépe dovedete. A to i v případě, že si nejste absolutně jistý/á. Odpovídejte, prosím, podle toho, jak se dítě chovalo během posledních 6 měsíců nebo v tomto školním roce.

Jméno dítěte .... M/Ž

Datum narození ....

	Není pravda	Tak trochu pravda	Definitivně pravda
Snaží se chovat pěkně k druhým lidem. Bere ohled na jejich pocity	□	□	□
Je neklidný/á. Nevydrží dlouho bez hnutí	□	□	□
Často si stěžuje na bolesti hlavy, žaludku nebo na nevolnost	□	□	□
Obvykle se dělí s druhými (o jídlo, hry, psací potřeby aj.)	□	□	□
Často má záchvaty vzteku nebo výbušnou náladu	□	□	□
Je spíše samotář/samotářka. Má sklon hrát si sám/sama	□	□	□
Je celkem poslušný/á. Obvykle dělá, co si dospělí přejí	□	□	□
Má hodně starostí, často vypadá ustaraně	□	□	□

Vždy ochotný/á pomoct, když si někdo ublíží, je zarmoucený nebo mu je zle	□	□	□
Je neposedný/á	□	□	□
Má alespoň jednoho dobrého kamaráda nebo kamarádku	□	□	□
Často se pere s jinými dětmi nebo je šikanuje	□	□	□
Je často nešťastný/á, skleslý/á nebo smutný/á	□	□	□
Je vcelku oblíbený/á mezi jinými dětmi	□	□	□
Snadno se dá vyrušit. Špatně se soustředí	□	□	□
Je nervózní nebo nesamostatný/á v nových situacích. Snadno ztratí sebedůvěru	□	□	□

Je laskavý/á k mladším dětem	□	□	□
Často lže nebo podvádí	□	□	□
Jiné děti ho/ji šikanují	□	□	□
Často dobrovolně pomáhá druhým (rodičům, učitelům, jiným dětem)	□	□	□
Přemýšlí, než něco udělá	□	□	□
Krade – doma, ve škole nebo jinde	□	□	□
Lépe vychází s dospělými než jinými dětmi	□	□	□
Má mnoho strachů. Snadno se poleká	□	□	□
Vytrvá u úkolu do konce, vydrží dávat pozor	□	□	□

Podpis .... Datum ....

Rodiče/Učitele/Jiné Osoby:

Děkuji za vaši pomoc

Příloha č. 2: Vstupní test

Opakujeme, co již umíme

1. Vypočítej:

$5 \cdot 6 =$ ______ $3 \cdot 8 =$ ______ $9 \cdot 6 =$ ______ $8 \cdot 7 =$ ______

48 : 6 = ______ 27 : 3 = ______ 35 : 7 = ______ 45 : 5 = ______

31 : 4 = ______ 46 : 6 = ______ 19 : 3 = ______

2. Sčítej písemně:

$$\begin{array}{r} 345 \\ \underline{423} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 159 \\ \underline{538} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 856 \\ \underline{\ \ 97} \end{array}$$

3. Odčítej písemně:

$$\begin{array}{r} 764 \\ \underline{-\ 123} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 431 \\ \underline{-\ 217} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 634 \\ \underline{-\ 377} \end{array}$$

4. Eliška si koupila dva jogurty a jednu tyčinku. Jeden jogurt stál 12 Kč, tyčinka stála 15 Kč. Kolik korun zaplatila?

5. Jonáš měl ušetřeno 1 000 Kč. Koupil si Lego za 560 Kč a Pokemony za 199 Kč. Kolik Kč mu zůstalo?

Příloha č. 3: Metodický materiál pro žáky s SPU – dělení jednociferným číslem

PÍSEMNÉ DĚLENÍ JEDNOCIFERNÝM DĚLITELEM

1. Úvod

Písemné dělení je jedním z nejnáročnějších částí učiva matematiky. Jednak je třeba mnoho předchozích vědomostí k jeho zvládnutí, jednak má algoritmus písemného dělení jiný tvar i jiný postup než algoritmy ostatních operací. Algoritmy písemného sčítání, odčítání, násobení se začínají počítat od jednotek, algoritmus písemného dělení začíná u nejvyššího řádu. Také tvar algoritmu písemného dělení má horizontální i vertikální úroveň, což ostatní algoritmy nemají.

Pro žáky se specifickými poruchami učení i pro žáky s problémy v matematice obecně je třeba, podle individuálních zvláštností, rozhodnout se pro některá opatření:

a) Sledovat, zda žák chápe správně operaci dělení (dělení na několik stejných částí, dělení podle obsahu).
b) Motivovat žáka vhodnými úlohami, ve kterých se používá dělení a které mají tématiku z oblasti, která žáka zajímá.
c) Počítat s čísly menších řádů (dvojcifernými, trojcifernými).
d) Vypracovat systém doplňování toho učiva, které žákovi dělá problémy, využívat nových činností, vhodných her, příkladů se zajímavými výsledky.
e) Vždy provádět zkoušku správnosti jako nedílnou součást příkladu.
f) Hodnotit příklady výpočtem správných a nesprávných spojů s/n (v příkladu je např. 6 spojů, chyba je jen v jednom - 5/1), neškrtnout celý příklad.
g) Motivovat žáky k samostatné tvorbě úloh.
h) Využití grafické komunikace – používat vyznačení šipkami, čtverečkovaných papírů k zápisu čísel, barevného zápisu číslic apod.
i) Vyznačování počtu cifer podílu, např. 5 732 : 3 = ... , 1 275 : 5 = . . .
j) V případě, že selhávají všechna opatření, volit jako kompenzační pomůcku kalkulátor.

2. Předpokládané znalosti

Pro zvládnutí algoritmu písemného dělení je potřebné mít zvládnuté předcházející učivo:

- Násobení v oboru násobilek
- Dělení pamětné

- Dělení se zbytkem
- Dočítání, odčítání
- Zaokrouhlování
- Provádění odhadů

Bylo by vhodné vypracovat systém opakování pro každou hodinu, aby se učivo neustále vybavovalo a udržovalo v paměti.

3. Metodická řada je vytvořena na základě postupu:

3.1 Motivace dělení

3.2 První cifra dělence je větší než dělitel (případně je rovna děliteli), dělení je beze zbytku

3.3 První cifra dělence je větší než dělitel, je se zbytkem

3.4 První cifra dělence je menší než dělitel

3.5 Dělení se zbytkem

3.6 Čísla s nulami

3.7 Zábavné úlohy

3.1 Motivační úlohy

Výběr vhodných úloh, při kterých se využívá dělení a které jsou obsahově zaměřené na zájmy žáka, např.

1. Na výletě jsme ušli 68 km za 4 dny. Kolik kilometrů jsme ušli průměrně za jeden den?
2. Rozděl 625 Kč mezi 5 osob tak, aby měli všichni stejně. Kolik Kč bude mít každý?
3. Ze čtyř stromů jabloní jsme sklidili 288 kg jablek. Kolik kilogramů jablek jsme sklidili průměrně z jednoho stromu?
4. Zahradník sklidil 140 kg jahod a dával je do košíků po dvou kilogramech. Kolik košíků naplnil?
5. Marek si šetří do pokladničky pětikoruny. Již má ušetřeno 860 Kč. Kolik je to pětikorun?

3.2 Úlohy typu 84 : 4

Typy úloh pro opakování

8 : 4   9 : 3   6 : 2   8 : 2   6 : 3   7 : 7

Dělte písemně:

64 : 2   684 : 2

Vysvětlení postupu (jak začínat, kam co napsat):

6 : 2 = 3	6 : 2 = 3
3 · 2 = 6, 6 a 0 je 6	3 · 2 = 6, 6 a 0 je 6
2 · 2 = 4, 4 a 0 je 4	8 : 2 = 4
4 · 2 = 8, 8 a 0 je 8	4 : 2 = 2

Zápis algoritmu:

64 : 2 = 32	Zk. 32	684 : 2 = 342	Zk. 342
04	$\underline{\cdot\ 2}$	08	$\underline{\cdot\ 2}$
0	64	04	684
		0	

Poznámka. Je možné použít tzv. dlouhého dělení, kde se zapisují součiny a odečítají. Tento postup je vhodné požít jen tehdy, když žáci mají problémy se současným násobením a dočítáním. Má však určitou nevýhodu – příliš mnoho řádků způsobuje další chyby plynoucí z nesprávných zápisů.

Příklady – 3 úrovně – víceciferná čísla

1. Dělte písemně a provádějte zkoušky správnosti

93 : 3	86 : 2	84 : 4	69 : 3	77 : 7	39 : 3
628 : 2	639 : 3	484 : 4	666 : 6	846 : 2	428 : 2
4 884 : 4	6 396 : 3	6 428 : 2	8 848 : 4	9 366 : 3	5 555 : 5

3.3 Úlohy typu 51 : 3

Typy úloh pro opakování (rozcvička)

7 : 3	8 : 5	9 : 5	8 : 7	9 : 4	8 : 3

Příklady jsou voleny tak, aby při prvním dělení zůstal nějaký zbytek a nový částečný dělenec byl tak vytvořen ze zbytku a další sepsané číslice.

75 : 5	84 : 3	68 : 4	96 : 4	84 : 6	98 : 7
783 : 3	652 : 4	885 : 5	952 : 7	786 : 6	861 : 3
5 648 : 4	8 625 : 3	9 456 : 6	9 248 : 8	8 792 : 7	7 375 : 5

3.4 Úlohy typu 175 : 5

Typy úloh pro opakování

7 · 8	9 · 5	4 · 7	6 · 9	3 · 7	8 · 6
18 : 5	38 : 7	49 : 6	23 : 3	31 : 4	23 : 9

Protože první číslice podílu nemůže být nula, začínáme dělit: 17 : 5, dále pokračujeme podle předchozího postupu.

186 : 3	245 : 5	152 : 4	644 : 7	736 : 8	384 : 6
1 645 : 5	2 511 : 3	1 116 : 9	2 956 : 4	3 132 : 6	4 275 : 9

3.5 Úlohy typu 749 : 6

```
749 : 6 = 124  Zk.  124        744
14                  · 6          5
  29                774        749
   5
```

428 : 3	738 : 5	618 : 4	516 : 9	795 : 8	513 : 6
5 642 : 8	9 423 : 2	7 548 : 5	8 255 : 7	27 533 : 3	72 394 : 4

3.6 Čísla s nulami

1 001 : 7	4 207 : 7	8 000 : 6	6 5000 : 8	17 080 : 4	10 101 : 3

3.7 Zábavné úlohy

1. Číslo 2 520 můžeme dělit všemi čísly od 2 do 9 beze zbytku. Přesvědčte se o tom.
2. Číslo 2 853 můžeme dělit beze zbytku třemi a devíti, ale nemůžeme je dělit beze zbytku šesti. Jestliže zaměníme pořadí číslic, nové číslo můžeme dělit beze zbytku šesti. Pokuste se najít nové číslo.
3. Jirka si napsal trojciferné číslo, tak, aby stovky a jednotky se lišily alespoň o 2 (např. 752). Napsal číslo s obráceným pořadím číslic (257). Od většího čísla odečetl menší. Rozdíl těchto čísel můžeme vždy dělit devíti beze zbytku. Vyzkoušejte to na jiných trojciferných číslech.

4. Dědeček slavil 75 roků. Jeho vnuk je třikrát mladší. Kolik roků je vnukovi?
5. Babička slavila šedesáté narozeniny. Její dcera je dvakrát mladší, její vnučka je šestkrát mladší. Kolik roků je dceři a kolik roků je vnučce?

Výsledky

3.1

1. V jednom dni jsme ušli průměrně 17 km.
2. Každý dostane 125 Kč.
3. Z jednoho stromu jsme sklidili průměrně 72 kg jablek.
4. Zahradník naplnil 70 košíků jahod.
5. Marek má 172 pětikorun.

3.2

31	43	21	23	11	13
314	213	121	111	423	214
1 221	2 132	3 214	2 212	3 122	1111

3.3

2 (zb.1)	1 (zb.3)	1 (zb.4)	1 (zb.1)	2 (zb.1)	2 (zb.2)
15	28	17	24	14	14
261	163	177	136	131	287
1 412	2 875	1 576	1 156	1 256	1 475

3.4

56	45	28	54	21	48
3 (zb.1)	5 (zb.3)	8 (zb.1)	7 (zb.2)	7 (zb.3)	2 (zb.5)
62	49	35	92	92	64
329	837	123	679	475	522

3.5

132 (zb.2)	147 (zb.3)	154 (zb.2)	57 (zb.3)	99 (zb.3)	85 (zb.3)
705 (zb.2)	4 711 (zb.1)	1 509 (zb.3)	1 179 (zb.2)	9 177 (zb.2)	18 098 (zb.2)

3.6

143 601 1 333 (zb.2) 8 125 4 270 3 367

3.7

1. Při dělení čísla 2 až 9 dostaneme postupně podíly:

   1 260, 840, 620, 504, 420, 360, 315, 280

2. Jsou to např. čísla 3 582, 5 238, atd. Číslo musí být sudé, tedy na místě jednotek musí být 2 nebo 8.
3. Platí vždy. Rozdíl je násobkem 9.
4. Vnukovi je 25 roků.
5. Dceři je 30 roků, vnučce je 5 roků.

Příloha č. 4: Metodický materiál pro žáky s SPU – dělení dvojciferným číslem

PÍSEMNÉ DĚLENÍ DVOJCIFERNÝM DĚLITELEM

1. Úvod

Písemné dělení dvojciferným dělitelem je pro žáky s SPU velmi náročným učivem. Problémy se vyskytují v provádění odhadu první cifry podílu, s počty řádů podílu a odhadem celého podílu, dále pak v potřebných opravách podílu (zvětšení nebo zmenšení) určeného podle dělení, ale nepřesného.

Další skupinu problémů tvoří nedokonale zvládnuté předcházející učivo, dyskalkulické problémy v operacích s přirozenými čísly, nezvládnutí základních spojů sčítání, odčítání, násobení, dělení.

Problémy se vyskytují také v oblasti zápisu algoritmu. Jednak udržení horizontální i vertikální úrovně algoritmu, jednak při škrtání, gumování, přepisování číslic (dyskalkulie grafická, dysgrafie).

Časté je chybné provádění zkoušky správnosti – žáci buď opisují chybu z výpočtu dělení, nebo chybují ve zkoušce.

Nelze zanedbat ani psychické bariéry, kterými mohou být:

- Bezradnost při výpočtu.
- Obava udělat chybu.
- Obava z nezvládnutého dřívějšího učiva.
- Nezvládnutí pracovat s čísly, která obsahují nuly.
- Opravy při nesprávném zvolení podílu – bezradnost, co s nesprávně zvoleným číslem.

Mezi podpůrná opatření zařazujeme:

- Metodické řady úloh. Úlohy řadíme podle toho, které žáci zvládají, které jsou pro žáky snadnější.
- Počítání s menšími čísly, např. do tisíce.
- Volíme „krátké“ (zkrácený zápis) nebo „dlouhé“ (zápis se se všemi součiny) dělení – podle potřeb žáka. Vhodnější je začít pracovat se zápisem krátkým a v případě, že mají žáci problémy s uchováním čísel v paměti, používat zápis dlouhý.

1 608 : 24 = 67	1 608 : 24 = 67
168	- 144
00	168
	- 168
	00

- Využíváme různých grafických záznamů, např.:
  - zatrhávání číslic v dělenci (dole nebo nahoře, nejlépe tužkou),

    $6\ 2_{/}7_{/}\ 5_{/} : 25 =$ $6\ 2^{/}7^{/}\ 5^{/} : 25 =$
  - znázornění počtu číslic podílu pomocí teček nebo puntíků

    6 275 : 25 = ˌ ˌ ˌ
  - svislé čáry pro sepisovaná čísla

    6 275 : 25 =

    25

    127
  - zápis odhadu barevně nad příklad

    600 : 30 = 2

    6 275 : 25 =
- Navrhujeme používání kompenzační pomůcky – kalkulátoru.
- Vždy provádíme zkoušku správnosti násobením.

V rámci individuálního plánu je možné, při velkých problémech žáka, toto učivo vynechat, naučit žáka používat kalkulátor (avšak funkčně) a dělit pouze jednociferným dělitelem.

2 Provádění odhadů

Provádění odhadů je náročná činnost, proto zvážíme, do jaké míry a jak budeme se žáky s SPU odhady využívat. Zpočátku volíme případy jednodušší a jasné (např. úlohy typu a), b), c) v následujícím textu).

Při určování první číslice podílu může žákům napomoci odhad výsledku. Odhady provádíme zpravidla pomocí zaokrouhlených čísel. Výsledek se může od odhadu poněkud lišit, protože záleží na tom, zda zaokrouhlujeme dělence i dělitele nahoru nebo dolů. V tom případě provedeme opravu (podle potřeby první číslici dělence zmenšíme nebo zvětšíme).

a) Dělence i dělitele zaokrouhlíme dolů, např.

4 346 : 53 odhadneme 400 : 50 = 8 a počítáme dál:

4 346 : 53 = 82
106
0

b) Dělence i dělitele zaokrouhlíme nahoru, např.:

1 976 : 38 odhadneme 200 : 40 = 5 a počítáme:

1 976 : 38 = 52
76
0

c) Dělence zaokrouhlíme dolů, dělitele nahoru, např.:

2 016 : 48 odhadneme 200 : 50 = 4 a počítáme:

2 016 : 48 = 42
96
0

d) Dělence zaokrouhlíme nahoru, dělitele dolů, např.:

1 792 : 32 odhadneme 200 : 30 je přibližně 6. Protože 6 . 3 = 18 a náš dělenec je menší než 1 800, provedeme opravu odhadu a počítáme:

1792 : 32 = 56
192
00

Odhady se mohou také určovat pomocí desetinásobků (dvacetinásobků, atd) dělitele. Hledáme, mezi kterými násobky dělitele se podíl nachází, např.

a) 660 : 40 10 . 40 = 400 20 . 40 = 800 400 < 660 < 800

Číslo 660 je mezi čísly 400 a 800, tedy podíl bude větší než 10 a menší než 20.

660 : 40 = 16 podíl je 16, zbytek 20
260
20

b) 382 : 12 30 . 12 = 360 40 . 12 = 480 360 < 382 < 480

Číslo 382 je mezi čísly 360 a 480, tedy podíl bude větší než 30 a menší než 40.

382 : 12 = 31 podíl je 31, zbytek 10
22
10

3 Opakování dělení se zbytkem

13 : 4	26 : 3	43 : 5	50 : 8	45 : 7	32 : 9
62 : 7	23 : 8	35 : 6	33 : 4	15 : 2	57 : 9
48 : 5	48 : 7	48 : 9	24 : 7	24 : 5	24 : 9
70 : 8	50 : 7	80 : 9	40 : 6	30 : 4	20 : 7

4 Metodická řada úloh

- **Dělení násobky deseti, dělení je beze zbytku**

630 : 30 odhad: 6 : 3 = 2 (60 : 3 = 20) první číslici podílu zvolím 2

630 : 30 = 21 zkouška: 21
030 .30
00 630

Př. 1) Vypočítej příklady a prováděj zkoušku správnosti:

a) 480 : 40 b) 260 : 20 c) 460 : 20 d) 770 : 70 e) 650 : 50 f) 960 : 80

- **Podíl je jednociferné číslo, dělení je beze zbytku**

136 : 34 odhad 13 : 3 = 4 zb. 1 první číslici podílu zvolím 4

136 : 34 = 4 zkouška: 34
. 4
136

Př. 2) Vypočítej příklady a prováděj zkoušku správnosti.

a) 432 : 54 b) 126 : 18 c) 162 : 27 d) 120 : 24 e) 210 : 35 f) 104 : 26

- **První dvojčíslí dělence je větší než dělitel**

Př. 3) ***Vypočítej příklady a prováděj zkoušku správnosti***

a) 675 : 25 b) 465 : 34 c) 496 : 16 d) 968 : 62 e) 989 : 23 f) 684 : 36

- **První dvojčíslí dělence je menší než dělitel**

Př. 4) ***Vypočítej příklady a prováděj zkoušku správnosti***

a) 2 432 : 38 b) 1 494 : 42 c) 1 116 : 18 d) 1 269 : 27 e) 1 007 : 53 f) 3 403 : 83

- **Dělení se zbytkem**

Odhad: 10 : 2 = 5, volíme první číslici podílu 5

958 : 17 = 56	zkouška:	56	952
108		. 17	+ 6
6		952	958

Př. 5) ***Vypočítej příklady a prováděj zkoušku správnosti***

a) 4 288 : 63 b) 1 518 : 27 c) 1 378 : 26 d) 1 491 : 33 e) 3 160 : 42 f) 1 599 : 72

Př. 6) ***K procvičení***

a) 952 : 17 b) 405 : 15 c) 774 : 18 d) 888 : 37 e) 1 092 : 26 f) 101 : 13

g) 4 284 : 63 h) 3 375 : 45 i) 1 335 : 36 j) 1 232 : 39 k) 4 249 : 72

5 Slovní úlohy

1. Za jeden díl učebnice matematiky pro 26 žáků naší třídy bylo zaplaceno 1 118 Kč. Kolik Kč stojí jeden díl učebnice?
2. Zahrada tvaru obdélníku má obsah (výměru) 1 125 m^2. Její čířka je 25 metrů. Jaká je délka zahrady?
3. Do prodejny přivezli 12 přepravek banánů. Banánů bylo celkem 180 kilogramů. Kolik kilogramů banánů bylo v jedné přepravce?
4. Délka kroku Filipa je 60 cm. Kolik kroků ujde, když přejde vzdálenost 90 metrů?
5. Za kolik hodin ujede autobus vzdálenost 390 kilometrů, když jede průměrnou rychlostí 65 kilometrů za hodinu?
6. Vymyslete si vlastní slovní úlohu, ve které využijete dělení dvojciferným dělitelem

Výsledky

3. Dělení se zbytkem

3 (zb. 1)	8 (zb.2)	8 (zb. 3)	6 (zb.2)	6 (zb. 3)	3 (zb. 5)
8 (zb. 6)	2 (zb. 7)	5 (zb 5)	8 (zb. 1)	7 (zb. 1	6 (zb. 3)

9 (zb. 3)	6 (zb. 6)	5 (zb. 3)	3 (zb. 3)	4 (zb. 4)	2 (zb. 6)
8 (zb. 6)	7 (zb. 1)	8 (zb: 8)	6 (zb. 4)	7 (zb. 2)	2 (zb. 6)

4. Metodická řada úloh

1. a) 12 b) 13 c) 23 d) 11 e) 13 f) 12
2. a) odhad: 40 : 5 = 8, podíl je 8,
   b) odhad: 12 : 2 = 6 je třeba zvýšit, protože zbytek by byl 18, podíl je 7,
   c) odhad 16 : 3 je asi 5, podíl je 6,
   d) odhad: 12 : 2 = 6, podíl je 5,
   e) odhad: 21 : 4 je asi 5, podíl je 5,
   f) 10 : 3 je asi 3, podíl je 4
3. a) 23 b) 17 c) 31 d) 14 e) 43 f) 19
4. a) 64 b) 37 c) 52 d) 27 e) 62 f) 47 g) 19 h) 41
5. a) 68 zb. 4 b) 56 zb 6 c) 53 zb 7 d) 45 zb, 6 e) 75 zb. 10 f) 72 zb. 15
6. a) 56 b) 27 c) 43 d) 24 e) 42 f) 77 g) 68 h) 75 i) 37 (zb. 3)
   j) 31 (zb. 33) k) 62 (zb. 66)

5. Slovní úlohy

1. Jeden díl učebnice matematiky stojí 43 Kč.
2. Délka zahrady je 45 metrů.
3. V jedné přepravce bylo 15 kg banánů.
4. Filip udělal 150 kroků.
5. Autobus ujede vzdálenost 390 Km za 6 hodin.

Příloha č. 5: Slovní úlohy

Jednoduché slovní úlohy na porovnávání pomocí vztahů „o *n* více“, „o *n* méně“

1. **Nejprve zopakujeme nerovnosti (znázornění, zápis):**
   - Mám pět červených kuliček, dej mi o 3 více kuliček modrých.
   - Mám 8 modrých kostek, dej mi stejně kostek žlutých.
   - Mám 9 malých míčů, polož o 4 méně velkých míčů.

2. **Řešíme úlohy, které jsou propedeutikou nerovnic:**
   - Honzík má 8 kuliček, Petr má více kuliček než Honzík. Kolik kuliček může mít Petr?

     Znázornění: Honzík o o o o o o o o

     Petr (např.) o o o o o o o o o o o

     □ › 8

     Petr může mít 9, 10, 11, … kuliček. (obor do 20 – žáci vyberou jedno řešení, nebo – najdi alespoň tři řešení).

   - Honzík má 14 kuliček, Petr má méně kuliček než Honzík. Kolik kuliček může mít Honzík?

     Znázornění: Honzík o o o o o o o o o o o o o o

     Petr o o o o o o o o

     □ ‹ 14

     Petr může mít 13, 12, … kuliček.

     (Vyber jedno řešení nebo najdi alespoň tři řešení)

3. Slovní úlohy charakterizované vztahy „o *n* více“, „o *n* méně“

- Lenka má 6 panenek, Jana má o 3 panenky více než Lenka. Kolik panenek má Jana?

Znázornění: Lenka o o o o o o 6

Jana o o o o o o o o o 6 + 3

6 + 3 = 9

Jana má 9 panenek.

o 3

Zk: 9 › 6 (lepší je zkouška porovnáváním než odčítáním, nad čísla můžeme zapsat zkratky jmen děvčat, děti vidí, co které číslo znamená).

Chybný názor:

Jen jeden objekt o o o o o o ooo děti pak mají problémy se složenými slovními úlohami, kdy se ptáme „kolik měly dohromady“.

Nepoužíváme mnemotechnickou pomůcku „více“ - sčítáme (viz další úlohy)

- Lukáš má 12 autíček, Ondra má o 3 autíčka méně než Lukáš. Kolik autíček má Ondra:

Lukáš o o o o o o o o o o o o 12

3

Ondra o o o o o o o o o 12 – 3

(Jestliže Ondra má o 3 méně než Lukáš, Lukáš má o 3 více než Ondra.)

12 – 3 = 9

Ondra má 9 autíček.

o 3

Zk. 9 ‹ 12

Chybný názor:

Buď jen jeden objekt: o o o o o o o o o ø ø ø

Nebo dva objekty: Lukáš o o o o o o o o o o o o

Ondra o o o o o o o o o ø ø ø

Toto není znázornění úlohy na porovnávání, ale znázornění úlohy, např.

Lukáš měl 12 kuliček, Ondra měl také 12 kuliček, ale 3 prohrál.

Nepoužíváme mnemotechnickou pomůcku „méně“ – odčítáme (viz další úlohy).

- Lenka má 9 panenek a to je o 3 více než má Jana Kolik panenek má Jana?

  Lenka o o o o o o o o o (Lenka má o 3 více než Jana)

  3

  Jana o o o o o o (Jana má o 3 méně než Lenka)

  9 – 3 = 6

  Jana má 6 panenek.

  Zk: o 3

  9 › 6

Podobně formulujeme a řešíme další úlohy a dbáme, aby si žáci uvědomovali vzájemný vztah:

Když má jeden o několik víc než druhý, pak druhý má o tolik méně než první.

- Jana má 6 panenek a to je o 3 méně, než má Lenka. Kolik panenek má Lenka?
- Lukáš má 12 autíček a to je o 3 více než má Ondra. Kolik autíček má Ondra?
- Ondra má 9 autíček a to je o 3 méně než má Lukáš. Kolik autíček má Lukáš?

Porovnávání rozdílem

- Katka má 8 pohádkových knih, Matěj má 14 pohádkových knih. Kdo z nich má více knih a o kolik? Kdo z nich má méně knih a o kolik?

  Katka o o o o o o o o

  Matěj o o o o o o o o o o o o o o

  14 – 8 = 6

  Matěj má o 6 knih více než Katka.

  Katka má o 6 knih méně než Matěj.

  Zk: o 6

  14 › 8

Další úlohy:

- Pavel snědl 7 knedlíků se švestkami, Roman snědl o 4 knedlíky více než Pavel. Kolik knedlíků snědl Roman?
- Jitka ušetřila 20 Kč, Hana ušetřila o 5 Kč méně než Jitka. Kolik Kč ušetřila Hana?

- V bazénu plavalo 17 děvčat a 19 chlapců. O kolik bylo více (méně) děvčat než chlapců?
- Marek je o 2 roky mladší než Tomáš. Zuzka je o 5 roků mladší než Tomáš.

  Co můžeme vypočítat?

  Kdo je nejmladší, kdo je nejstarší?

  O kolik roků je Zuzka mladší než Marek?

  Zuzce jsou 4 roky. Kolik roků je Tomášovi a kolik Markovi?

Příloha č. 6: Pracovní listy

Pracovní list 1

Údaje o městě Brně

1. První zmínka v Kosmově kronice byla uvedena v roce 1091.
2. Hlavním městem Moravy se Brno stalo v roce 1641 po dobytí Olomouce švédskými vojsky.
3. V letech 1643 – 1645 obléhali Brno Švédové. Od té doby se na Petrově zvoní poledne v 11 hodin.
4. Velké Brno vzniklo v roce 1919 připojením okolních obcí.

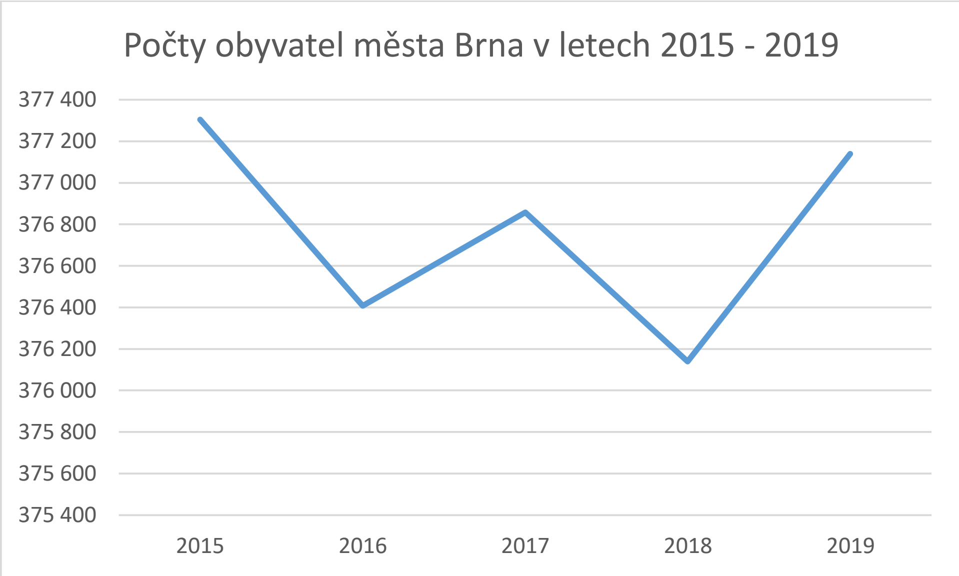
Vyber si některé z událostí a vypočítej, kolik roků od té doby do dneška uplynulo.

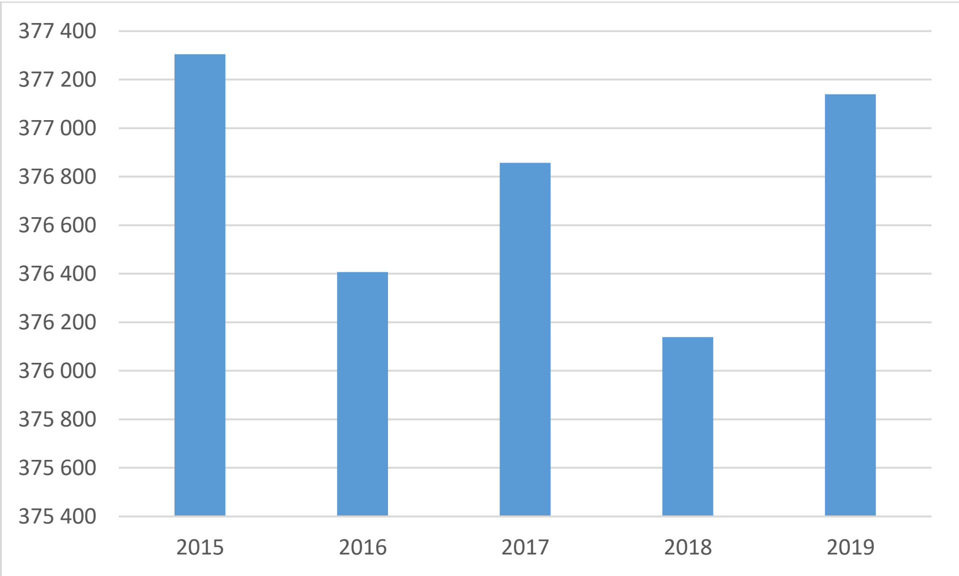
5. Počet obyvatel města Brna v roce 1919 byl 122 000, v roce 2019 je 377 139.
   a) O kolik se počet obyvatel zvýšil?
   b) Kolikrát (přibližně) se počet obyvatel zvýšil?

6. V tabulce je uveden počet obyvatel města Brna za posledních pět let.

Rok	2015	2016	2017	2018	2019
Počet obyvatel	377 305	376 407	376 857	376 989	377 139

   a) Zaokrouhli čísla na tisíce.
   b) V kterém roce bylo obyvatel nejvíce, v kterém nejméně?
   c) Z grafů urči, mezi kterými roky došlo k největší změně.


Počty obyvatel města Brna v letech 2015 - 2019
377 400
377 200
377 000
376 800
376 600
376 400
376 200
376 000
375 800
375 600
375 400
2015
2016
2017
2018
2019


377 400
377 200
377 000
376 800
376 600
376 400
376 200
376 000
375 800
375 600
375 400
2015
2016
2017
2018
2019

Pracovní list 2

Doprava v Brně

1. V roce 2019 má dopravní podnik v Brně 306 autobusů, 142 trolejbusů a 303 tramvají. Kolik je to dopravních prostředků celkem?

2. Tyto dopravní prostředky jezdí na linkách. Autobusových linek je 58, trolejbusových linek je 13 a tramvajových linek je 11. Kolik je to celkem?

3. Jak je to dlouho? Kolik roků uplynulo od té doby do dneška?

   První tramvajové vozy tažené koňmi vyjely poprvé v roce 1869.

   První parní tramvajová lokomotiva začala jezdit v roce 1884.

   První elektrické tramvaje vyjely v roce 1900.

   První autobusy se v Brně objevily v roce 1930.

   První trolejbus v Brně vyjel v roce 1949.

   Od roku 1946 jezdí na brněnské přehradě lodní doprava.

Pracovní list 3

Moravské zemské muzeum

1. Moravské zemské muzeum bylo založeno císařským dekretem Františka I. v červenci 1817.

2. Stavba pavilonu Anthropos byla dokončena v roce 1962, jeho rekonstrukce pak byla dokončena v roce 2006.
   Tradice však sahá do roku 1928, kdy byla na Výstavišti výstava soudobé kultury v Československu.

Vysoké školy

V roce 2019 slaví některé brněnské vysoké školy výročí svého vzniku:

Vysoké učení technické	120 roků
Masarykova univerzita	100 roků
Veterinární a farmaceutická univerzita	101 roků
Univerzita obrany	15 roků

V kterém roce tyto školy vznikly?

Naše škola

V kterém roce byla postavena budova naší školy? Zapiš také římskými číslicemi.

Co všechno můžeme o naší škole zjistit?

Příloha č. 7: Jednotky měr

Jednotky délky

Motivace

Aleš a Adélka zjišťovali pomocí kroků, jak je dlouhá jejich chodba. Aleš udělal 7 kroků, Adélka udělala 12 kroků. Tak jak je vlastně chodba dlouhá? Co potřebujeme, abychom určili délku chodby a bylo to pro oba stejné? Poradil jim tatínek. Dal jim **měřidlo** – pásmo, na kterém byly vyznačeny **jednotky délky**. Pomocí tohoto měřidla zjistili, že chodba je dlouhá 5 metrů nebo 50 decimetrů nebo 500 centimetrů.

Děti se začaly zajímat o jednotky délky. Co je zajímalo?

- Kolik cm měří – jaká je jejich výška. Vyjádřily svoji výšku v centimetrech, v decimetrech, v metrech.
- V jaké výšce svého těla mohou ukázat 1 metr?
- Kolik cm naměří, když rozpaží?
- Jak mohou ukázat pomocí rozpažení jeden metr?
- Jakou šířku má jejich dlaň?
- Jakou délku má jejich chodidlo? Má stejnou délku jako jejich předloktí?
- Jakou jednotku může představovat šířka jejich ukazováčku?
- Dokázaly pomocí prstů na ruce ukázat 1 decimetr?
- Jakou výšku mají některé stromy?
- Jakou délku a výšku mají někteří živočichové?
- Jakou délku má postel, na které spí?
- Jakou výšku má stůl, u kterého pracují?

Co je jeden metr (výlet do historie)?

Původně byl 1 metr odvozen z rozměrů Země a byl definován jako desetimiliontá část kvadrantu zemského (což je čtvrtina zemského poledníku).

Další z definic se opírala o mezinárodní prototyp metru:

> Jeden metr je vzdálenost mezi dvěma ryskami na platino-iridiové tyči uložené v Mezinárodním ústavu měr a vah v Sévres u Paříže (mezinárodní etalon metru). Tento etalon zavedl zřejmě Napoleon Bonaparte.

Pozdější definice se oprostily od závislosti na prototypu a jeden metr definovaly pomocí fyzikálních konstant:

> **1960:** Jeden metr je délka, která je rovna 1 650 763,73 násobku vlnové délky záření šířícího se ve vakuu, které přísluší přechodu mezi energetickými hladinami $2p_{10}$ a $5d_5$ atomu kryptonu 86.
>
> 1983: V soustavě SI (Systém international) je definován jeden metr jako délka, kterou urazí světlo ve vakuu za $\frac{1}{299792458}$ sekundy.

Metr je tedy základní jednotkou délky v soustavě SI, označuje se **m**.

Měření předmětů

Co vlastně děláme, když měříme délku nějakých předmětů? Určujeme délku úsečky nebo čáry tak, že ji porovnáváme se zvolenou délkovou jednotkou. Dříve než začneme učit děti převody jednotek délky, je třeba provádět konkrétní měření předmětů a vyjadřování jejich délky v různých jednotkách – alespoň ve dvou různých (např. metrech a decimetrech), pokud je možné i ve třech různých jednotkách téže veličiny. Měříme rozměry třídy, učebnic, školních sešitů, stolu, chodby, hřiště, určujeme rozměry hřišť pro různé sporty (např. kopaná, volejbal, košíková, házená, hokej, tenis), rozměry bazénu.

Procvičování odhadů

K upevnění učiva o jednotkách má nezastupitelnou úlohu procvičování odhadů velikostí předmětů a následně porovnání se skutečnými rozměry:

- Jakou délku má asi cesta od domu ke škole?
- Jaká je vzdálenost do nejbližšího města, vesnice?
- Jakou délku a výšku má naše škola?
- V jaké výšce mohou létat letadla?
- Jak hluboká je propast?
- Kam dojdeš, když ujdeš milion milimetrů?

V běžném životě se může délka úsečky vyjadřovat dalšími pojmy, jako např. vzdálenost, výška, hloubka, šířka apod.

Převody jednotek délky

Pro správné pochopení převodů jednotek délky si musíme uvědomit úskalí, která provázejí tyto činnosti. Měli bychom dětem sestavovat systém cvičení, která jim pomohou učivo zvládnout. Jedná se zejména o:

- násobení a dělení čísel přirozených i desetinných čísly 10, 100, 1 000, atd.
- sledování možností dětí při převodech jednotek měr, neboť některé děti raději pracují s čísly (aritmetický typ), pamatují si vztahy mezi jednotkami a jsou schopny je uplatnit. Další skupina dětí chápe spíše algebraicky a pamatuje si tabulky přímé úměrnosti sestavené pro jednotlivé jednotky. Pro děti, které potřebují neustálé činnosti, jsou připraveny, tak zvané mřížky pro převody jednotek měr, které velmi usnadňují práci s převody. Mřížky z kartonu se doplňují kartičky s čísly, které se umisťují pod příslušnou jednotku a přímo jsou uvedeny převody.

Některým dětem mohou napomoci předpony vyjadřující násobky nebo díly jednotek základních. Uvádíme některé:

tera	giga	mega	kilo	hekto	deka	**základní jednotka**	deci	centi	mili	mikro	nano	piko	femto	atto
10^{12}	10^{9}	10^{6}	10^{3}	10^{2}	10^{1}	**1**	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}	10^{12}	10^{-15}	10^{18}

Jednotky délky ilustrujeme na nejrůznějších měřidlech běžně v praktickém životě používaných (např. metr dřevěný, krejčovský, skládací, pásmo, papírové měřítko, měřítko na odvěsně trojúhelníku) a na nich vhodně upozorňujeme na menší jednotky na nich vyznačené. Je třeba, aby dítě aktivně vnímalo, co vidí. Některé děti se sice dívají, ale nevnímají matematickou podstatu předloženého učiva.

Převody:

1. **využití převodních vztahů** – v mysli si děti vytvářejí obloučky doprava nebo doleva (v duchu přidávají nebo ubírají nuly nebo posouvají desetinnou čárku):

1 m = 10 dm

1 dm = 10 cm

1 km = 1 000 m   1 cm = 10 mm

Tedy: 1 m = 10 dm = 100 cm = 1000 mm

Dále pak:

$1\ \text{dm} = \frac{1}{10}\ \text{m} = 0{,}1\ \text{m}, \quad 1\ \text{cm} = \frac{1}{100}\ \text{m} = 0{,}01\ \text{m}, \quad 1\ \text{mm} = \frac{1}{1000}\ \text{m} = 0{,}001\ \text{m, atd.}$

Tedy: 1 mm = 0,1 cm = 0,01 dm =0,001m

2. využití funkčních závislostí např.

m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
cm	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1 000

Tuto tabulku žáci využívají oběma způsoby:

- 5 m = 500 cm, 400 cm = 4 m
- a také při požívání desetinných čísel, např. 6,5 m = 650 cm.

Žák využije poznatku, že 6,5 m je mezi 6 m a 7 m, tedy počet centimetrů bude mezi 600 cm a 700 cm.

3. mřížka k převodu jednotek délky: – ukázala se jako nejosvědčenější pomůcka pro děli s poruchami učení. Tuto pomůcku děti používají jako kompenzační.

		km			**m**	dm	cm	mm
0	0	0	0	0	0	0	0	0

Mřížku z tvrdšího papíru má každé dítě, rozměry čtverců v mřížce jsou 3 cm krát 3 cm. Doplníme ji čtverci stejných rozměrů s čísly, která pokládáme do dolní části mřížky. Můžeme také přidat desetinnou čárku.

		km			**m**	dm	cm	mm
0	0	0	0	0	**6**	0	0	0

Z obrázku je patrný převod: 6 m = 60 dm, 6 m = 600 cm, 6 m = 6 000 mm,

6 m = 0,006 km.

Typy úloh:

a) jednoduché převody větší jednotky na menší, např. 7,5 dm = 750 mm,
b) jednoduché převody menší jednotky na větší, např. 1 250 mm = 1,250 m,
c) složitější převody, např. 7 m 2 cm = 702 cm = 7,02 m.

Pomůcky k převodům jednotek délky:

Schody

- jdeme nahoru – nuly odhazujeme – „ubíráme¨;
- jdeme dolů – nuly přidáváme.

Problémy, kterým bychom měli předcházet:

- děti nemají správnou představu o veličině ani o jednotce,
- neumí odhadnout alespoň přibližně velikost míry určité veličiny,
- mají problémy s převody jednotek příslušných veličin,
- nechápou souvislost mezi násobením a dělením mocninami deseti a zvětšováním a zmenšováním čísel,
- obtížně chápou, že „menších“ jednotek je „více“ a „větších“ jednotek je „méně“, Např. platí, že centimetr je desetkrát větší než milimetr, ale milimetrů je desetkrát více než centimetrů: 3 cm = 30 mm;
- neumí samostatně využít jednotek z běžného života.

Některé jednotky délky používané ve světě

Ve světě se používá mnoho dalších jednotek délky:

Námořní míry	***Anglické míry***
1námořní míle = 1 828,8 m	1 anglická míle = 1 609,3 m
1 sáh = 182,88 cm	1 yard = 91,44 cm
1 stopa = 30, 48 cm	1 stopa = 30,48 cm
1 provazec = 182.88 cm	1 palec (coul, inch) = 2,54 cm

Některé historické jednotky délky

- **1 loket** – délka paže – 3 pídě
- **1 sáh** – vzdálenost konců prstů rozpažených paží
- **1 krok** – 60 cm nebo 75 cm

Jednotky délky byly také odvozovány z rozměrů zrn:

- **4 ječmenná zrna** – prst
- **4 prsty** – dlaň
- **10 prstů** – píď
- **3 pídě** – loket pražský nebo český

Pražský (český) loket byl používán již za vlády Přemysla Otakara II – kolem roku 1268.

- **1 loket český** = 2 stopy = 3 pídě = 24 palců = 30 prstů = 120 ječných zrn

Jednotky obsahu

Jestliže chceme určit, jakou velikost má nějaký plošný útvar, postupujeme podobně, jako při určování délky – srovnáme útvar s nějakou jednotkou obsahu. Protože by to v některých případech bylo složité, využíváme různých vztahů pro výpočet obsahu rovinných geometrických útvarů (např. čtverce, obdélníku, trojúhelníku, kruhu aj.)

Co je třeba vědět:

a) Útvary, které mají stejný obsah, nemusí mít stejný tvar.

b) Mít jasnou představu jednotek obsahu.

Názornou představu jednotek obsahu vytvoříme např. tak, že vytýčíme např. čtverec, který má stranu 1 m a obsah 1 m^2 (přitom obsah 1 m^2 může mít rovinný útvar jakéhokoliv tvaru, např. trojúhelník, kruh apod.). Čtverec je možné vhodně rozdělit na 100 dm^2.

Model 1 dm^2 a 1 cm^2 mohou mít děti vystřižené z papíru, 1 mm^2 je vhodné ilustrovat na milimetrovém papíře. Představu 1 aru můžeme ilustrovat pomocí čtverce o straně 10 m. Obsah 1 hektaru mají přibližně dva fotbalové stadiony.

Převodní vztahy mezi jednotkami obsahu:

1. **využití převodních vztahů**

$1\ m^2 = 100\ dm^2$

$1\ dm^2 = 100\ cm^2$

$1\ cm^2 = 100\ mm^2$

$1\ km^2 = 100\ ha$

$1\ ha = 100\ a$

$1\ a = 100\ m^2$

Podobně

$1\ dm^2 = \frac{1}{100}\ m^2 = 0{,}01\ m^2$, $\quad 1\ cm^2 = \frac{1}{10000}\ m^2 = 0{,}0001\ m^2$

2. **využití funkčních závislostí**

$\mathbf{m^2}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\mathbf{dm^2}$	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1 000

3. **mřížka k převodu jednotek obsahu:**

km^2	ha	a	$\mathbf{m^2}$	dm^2	cm^2	mm^2
0 | 0	0 | 0	0 | 0	0 | 0	0 | 0	0 | 0	0 | 0

$25\ m^2 = 2\ 500\ dm^2 = 250\ 000\ cm^2$

$25\ m^2 = 0{,}25\ a = 0{,}0025\ ha$

Využití v reálném životě – v jakých jednotkách vyjádříte:

- Jaký obsah má třída, pokoj, byt?
- Jaký obsah má zahrada, pole?
- Jaký obsah má rybník, park v našem okolí?
- Jaký obsah má Václavské náměstí v Praze? Jaký obsah má náměstí v jiných městech, např. Jihlava, České Budějovice aj.
- Jaký obsah mají hřiště pro jednotlivé sporty (kopaná, hokej, košíková, volejbal, házená, tenis, atd.)

Jednotky objemu

Marek a Zuzka stavěli z 24 krychlí stavby. Každá stavby měla jiný tvar, ale krychlí bylo pořád stejně. Všechny stavby měly různý tvar avšak stejný objem.

Měření objemů těles (místností, nábytku apod.) uvádíme v jednotkách krychlových, měření kapalin v jednotkách měr dutých. K určování objemů můžeme v některých případech využívat krychlové sítě. Ve většině případů však objem počítáme pomocí vzorců.

Základní jednotkou objemu je 1 m^3. V praxi se používají jednak jeho díly (dm^3, cm^3, mm^3) a také jednotky dutých měr – litr a jeho násobky a díly. Je třeba zvládnout i vztah mezi těmito jednotkami objemu.

Je důležité vědět, že stejný objem mohou mít různá tělesa. Např. 1 litr mléka může být v lahvi, krabici tvaru kvádru nebo čtyřbokého hranolu, v kastrolu tvaru válce, v misce tvaru polokoule nebo kulové vrstvy aj.

Převody jednotek objemu

1. využití převodních vztahů

$1\ m^3 = 1\,000\ dm^3$

$1\ dm^3 = 1\,000\ cm^3$

$1\ cm^3 = 1\,000\ mm^3$

$1\ dm^3 = 1\ l$ $\qquad$ $1\ m^3 = 1\,000\ l$ $\qquad$ $1\ m^3 = 10\ hl$

$1\ l = 10\ dl$ $\qquad$ $1\ hl = 100\ l$

$1\ dl = 10\ cl$

$1\ cl = 10\ ml$

$1\ dm^3 = \frac{1}{1000} m^3 = 0{,}001 m^3$ $\qquad$ $1\ l = \frac{1}{100} hl = 0{,}01\ hl$

2. Využití funkčních závislostí

m^3	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
dm^3	1 000	2 000	3 000	4 000	5 000	6 000	7 000	8 000	9 000	10 000

3. **mřížka k převodu jednotek objemu**

m^3			dm^3			cm^3			mm^3		
			hl		*l*	*dl*	*cl*	*ml*			
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Z této tabulky je parné, že 1 dm^3 = 1 *l*, 1 cm^3 = 1*ml*, 1 m^3 = 10*hl*

Využití v reálném životě – umíš odpovědět na otázky?

- Kolik litrů vody se vejde do vany, ve které se koupeš?
- Jaké množství polévky se vejde do hlubokého talíře?
- Jaký objem má polévková lžíce?
- Jaký objem má sklenička nebo hrníček, za kterých piješ?
- Jaký objem má cisterna?
- Jaký objem má kapka vody?

Jednotky hmotnosti

Jednotky hmotnosti ilustrujeme pomocí vážení, kdy děti určují hmotnosti nejrůznějších předmětů. Využíváme štítků o hmotnosti potravin z digitálních vah z obchodů, eventuelně baleného zboží s vyznačenou hmotností. V Mezinárodní soustavě jednotek měr SI (System internacional) jsou povolené jednotky hmotnosti: kilogram, gram, tuna.

Jeden kilogram je roven hmotnosti mezinárodního prototypu kilogramu. Tím je váleček ze slitiny platiny a iridia, který je uložen v Mezinárodním ústavu měr a vah v Sérves u Paříže.

Převodní vztahy: 1 kg = 1 000 g $\quad$ $1\ g = \dfrac{1}{1000}\ kg = 0{,}001\ kg$

1 t = 1 000 kg $\quad$ $1\ kg = \dfrac{1}{1000}\ t = 0{,}001\ t$

Další jednotky, užívané v praxi, nikoliv však v obchodním styku jsou

dekagram a metrický cent. 1q = 100 kg 1 kg = 100 dkg

Využití v praxi

- Jakou hmotnost má nákup, který nesete domů?
- Jakou hmotnost má tvoje školní aktovka (prázdná, plná)?
- Uneseš tašku, ve které je milion hřebíčků, z nichž každý má hmotnost jeden gram?

Praktické rady – jakou hmotnost má:

	polévková lžíce	kávová lžička
Voda	12 g	3 g
Cukr moučka	10 g	3 g
Cukr krupice	15 g	5 g
Sůl	20 g	7 g
Kakao	6 g	2 g
Med	18 g	6 g
Olej	12 g	4 g
Smetana 30%	12 g	5 g

Jednotky času

Víte jak dlouho co trvá? Pokuste se odhadnout dobu jedné minuty.

Problémy s jednotkami času vyplývají jednak z používání šedesátkové soustavy při některých převodech, jednak obtížnějšího znázornění času na kruhovém ciferníku i z digitálního záznamu času.

Základní jednotkou pro měření času v soustavě SI je **sekunda**.

Převody jednotek času

1 den = 24 h

1 h = 60 min 1 h = 3 600 s

1 min = 60 s

Dále se sekundy dělí na desetiny, setiny, tisíciny, atd.

Děti se obtížně vyrovnávají se sdělením a zápisem typu:

Čtvrt na pět odpoledne 4:15 nebo 16:15

Problémy činí převody části hodiny na minuty a na následný zápis pomocí desetinného čísla, např.:

$$\frac{1}{4}\ \text{h} = 15\ \text{min} = 0{,}25\ \text{h}$$

$$\frac{1}{5}\ \text{h} = 12\ \text{min} = 0{,}2\ \text{h}$$

Pro využívání jízdních řádů, vyhledávání času na CD apod. je třeba, aby žáci zvládli sčítání a odčítání časových údajů a využívali potřebných převodů.

Sčítání:

Sčítáme zvlášť minuty (event. sekundy) a zvlášť hodiny. Pokud počet minut (sekund) je větší než 60, převedeme minuty na hodiny (event. sekundy na minuty).

Př. 2 h 45 min

$\underline{\text{5 h 38 min}}$

7 h 83 min = 8 h 23 min

Odčítání:

Při odčítání opět odčítáme zvlášť minuty (event. sekundy) a zvlášť hodiny. Pokud je počet minut menšence větší než počet minut menšitele, je odčítání bez problémů, pokud je tomu naopak, pak menšence upravíme tak, aby v menšenci byl větší počet minut než v menšiteli, jednu hodinu převedeme na minuty.

Př. 12 h 48 min

− 8 h 23 min

4 h 25 min

Př. 12 h 23 minupravíme 11 h 83 min

− 8h 45 min − 8h 45 min

3h 38 min

Úlohy

Jste na světě milion hodin?

Kolik hodin (minut, sekund) uplyne za 1 rok?

Jak dlouhá doba je milion sekund?

Při problémech, které mají děti při zvládání jednotek času využíváme postupů, ve kterých jsou děti angažovány na činnosti, které neustále provádějí.

1. **Procvičujeme časový údaj. Kolik je hodin, když:**
   - ráno vstáváme,
   - odcházíme o školky – školy,
   - v televizi je večerníček.
2. **Procvičujeme časový interval:**
   - jak dlouho mi trvá čištění zubů,
   - jak dlouho mi trvá příprava do školy,
   - jak dlouho mi trvá cesta do školy,
   - jak dlouho jsem ve škole.
3. **Procvičujeme znalost hodin, jednak čas dvanáctihodinový, poté čas čtyřiadvacetihodinový. Procvičujeme zápis digitální.**

Jednotky měny

Sledujme, v jakém věku si děti uvědomují hodnotu peněz. Zpočátku je pro ně jedna mince jedna jednotka, takže vidí např. 1 desetikorunu, 1 minci, ale nevidí, že zastupuje deset korun. Když chtějí rodiče vyměnit mince za papírové bankovky, děti to odmítají, protože mincí mají hodně a bankovka by byla jen jedna.

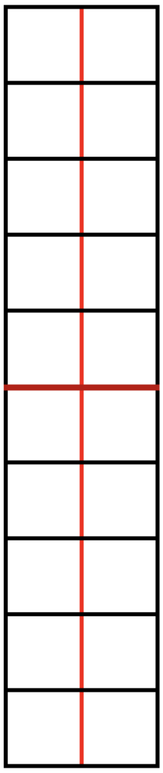
I když se v současném platebním styku haléře příliš nepoužívají, ceny vyjádřené v haléřích se v konečné platbě zaokrouhlují na celé koruny, platí převod:

1 Kč = 100 hal

K převodům mezi různými měnami se používají aktuální kurzovní lístky. Často používaný převod je mezi eurem a korunou, avšak ten se řídí právě platnými aktuálními hodnotami.

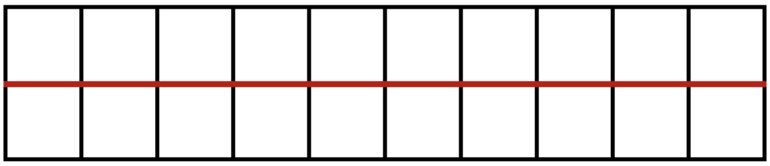
Příloha č. 8: Mřížka pro sčítání a odčítání

svislá

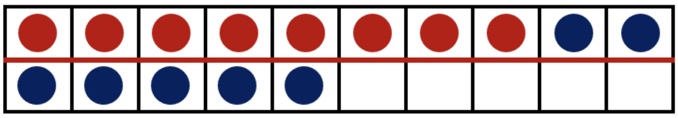


Mřížka
Sčítání a odtčítání do 20

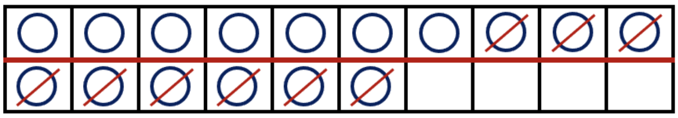
vodorovná



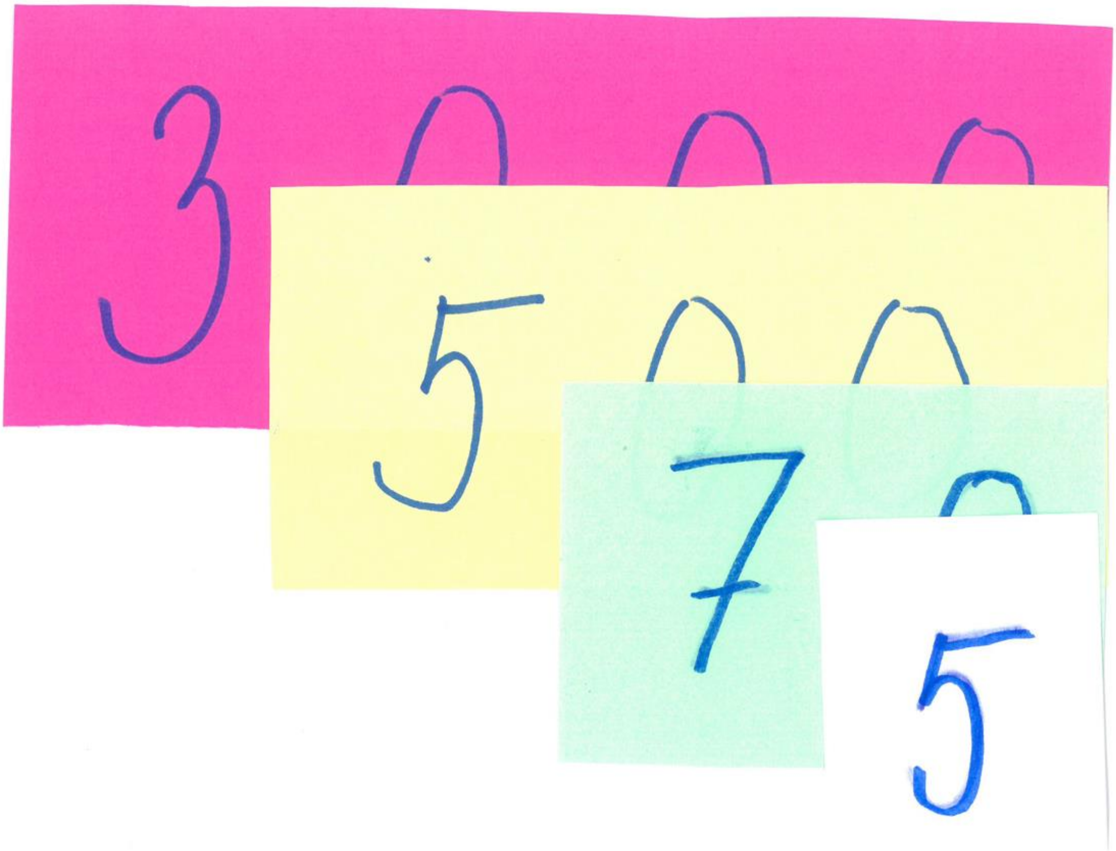
8 + 7

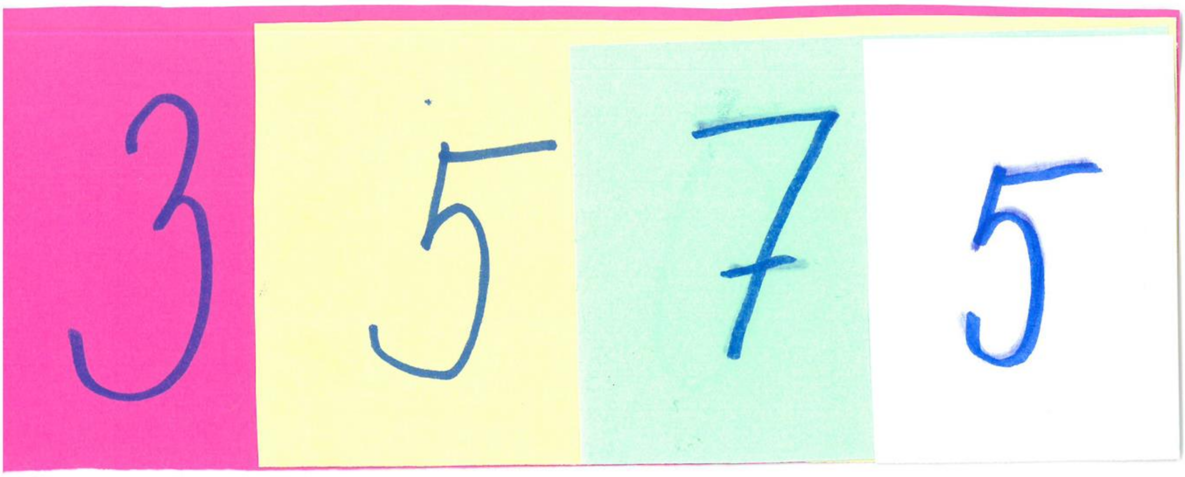


16 - 9



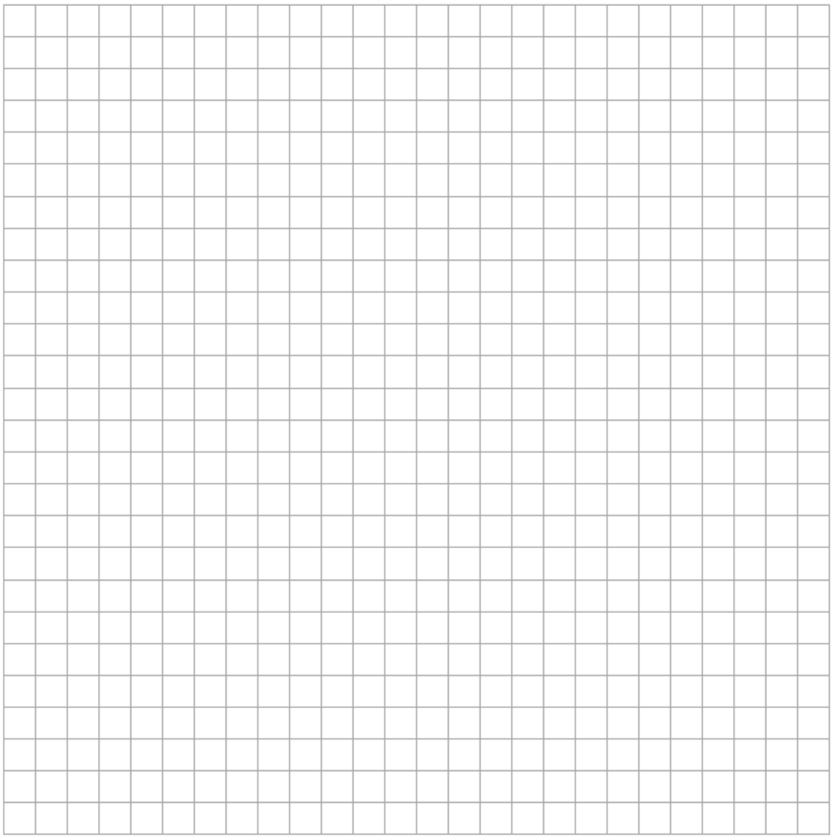
Příloha č. 9: Karty s čísly – znázornění více ciferného čísla





Příloha č. 10: Využití čtverečkovaného papíru k zápisu čísel podle řádu

	T	S	D	J
		2	5	4
		6	3	5
		8	8	9
		9	3	7
		4	5	6
	1	3	9	3
		7	5	9
	-		9	6
		6	6	3



Příloha č. 11: Instruktivní postup pro dělení

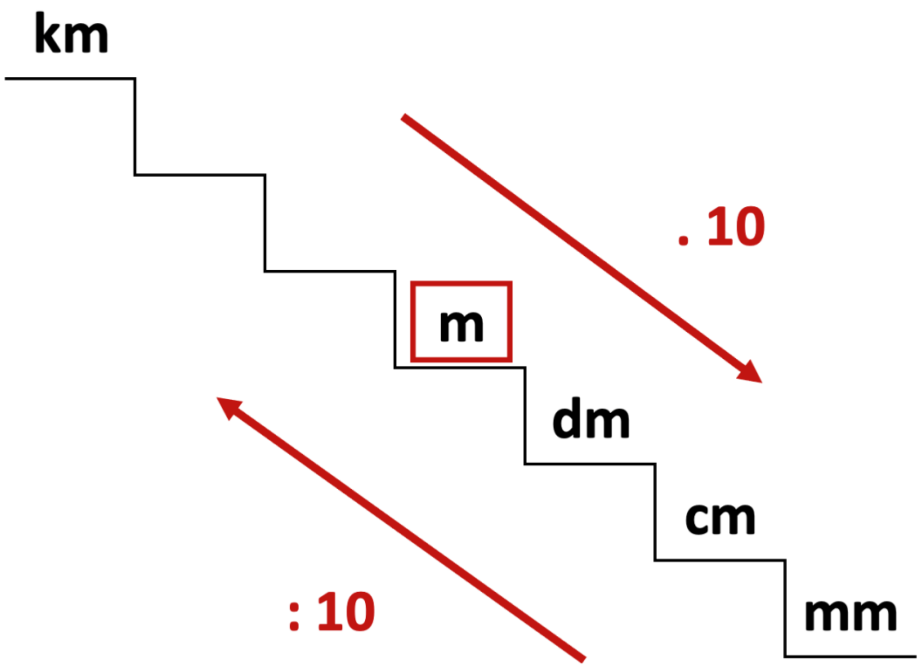
DĚLENÍ

1. Zatrhnout číslo
2. Odhad a zapsat za =
3. Násobíme a zapisujeme pod zatržené číslo
4. Odečteme
5. Připíšeme další číslo

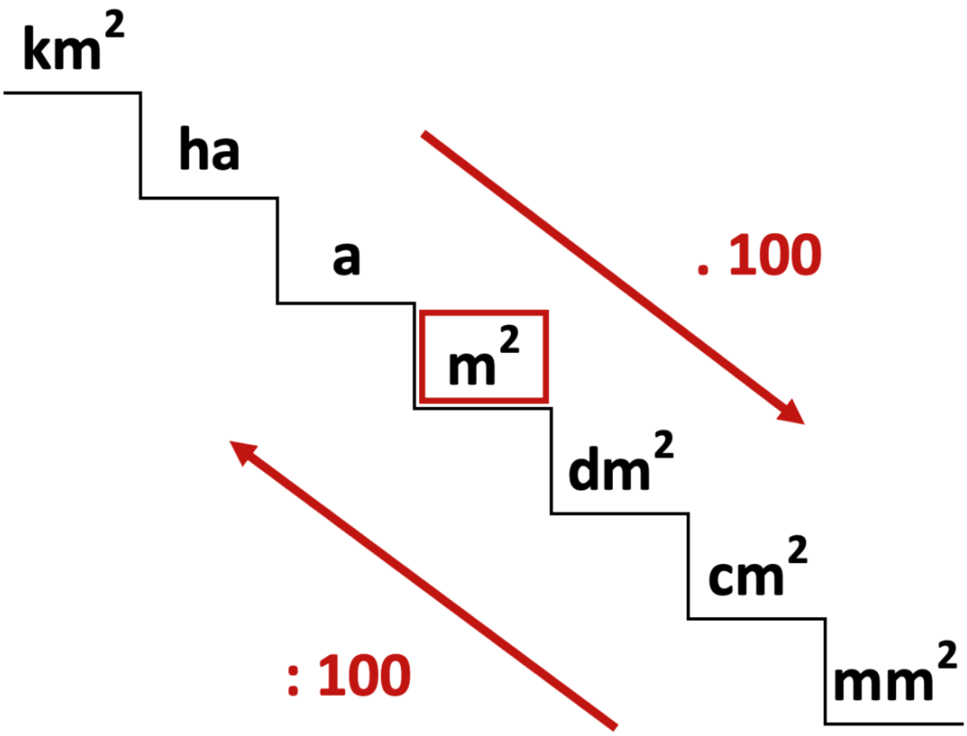
```
7 2 6 6 : 2 1 = 3 4 6
- 6 3
    9 6
  - 8 4
    1 2 6
  - 1 2 6
        0
```

Příloha č. 12: Pomůcka k převodům jednotek měr – schody

Jednotky délky



Jednotky obsahu



Příloha č. 13: Loto

Kartička se zadáním příkladů:

29 + 15	**42 − 18**	**37 + 14**
63 − 14	**55 + 17**	**70 − 13**
18 + 32	**38 − 28**	**46 + 35**

Rub obrázku – napsat výsledky příkladů (pozor na osovou souměrnost), rozstříhat na čtverečky. Čtverečky pokládáme na kartičku tak, aby výsledky byly nahoře. Po vypočítání všech příkladů obrázek otočíme.

51	**24**	**44**
57	**72**	**49**
81	**10**	**50**

Správně složený obrázek svědčí o tom, že příklady byly vypočítány správně.

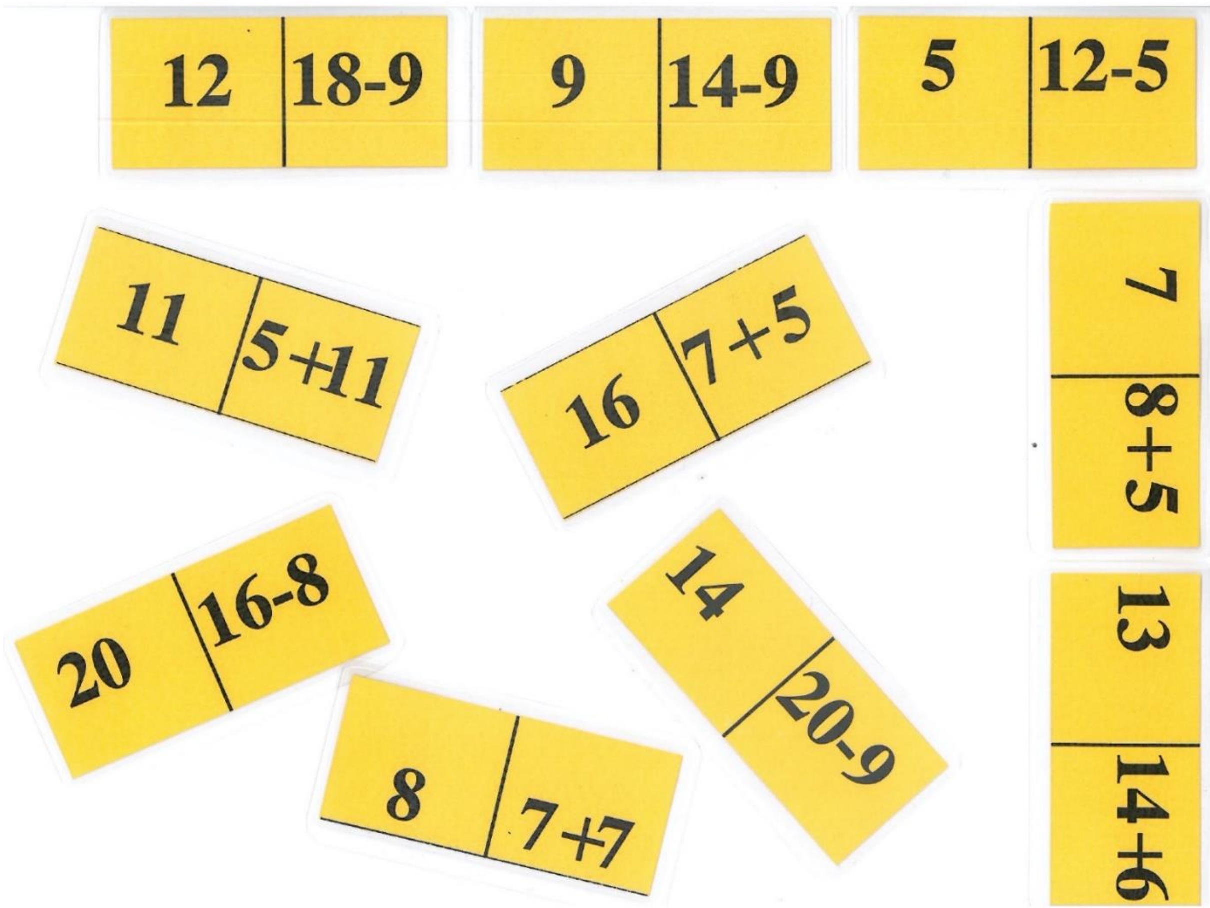
Příloha č. 14: Domino

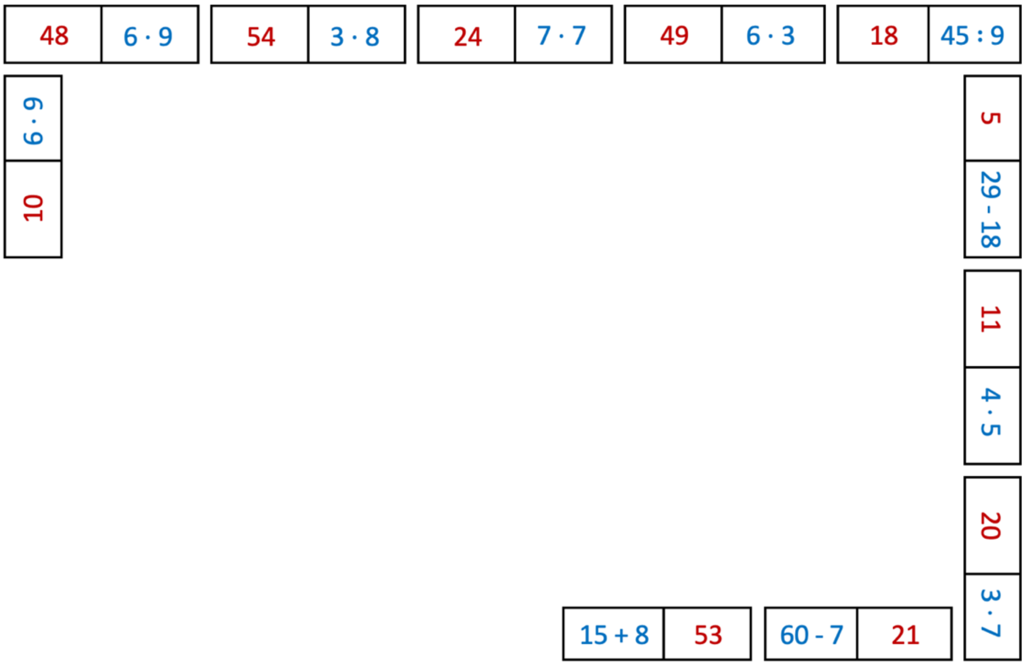
Domino sestává z kartiček podobných klasickému dominu. Na kartičkách jsou v pravé části zadání příkladů, v levé části výsledky. Hraje se jako běžné domino, k příkladu se přikládá správný výsledek.

7	**25 − 13**

Můžeme využít několik variant:

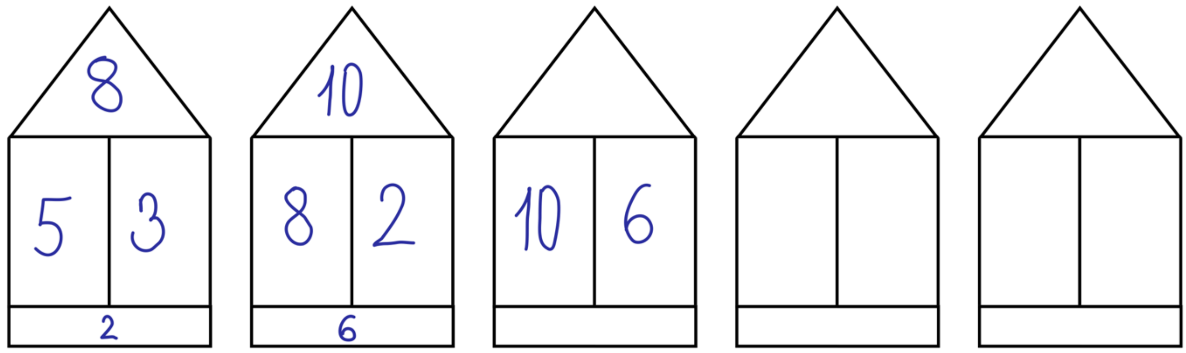
1. Na všech kartičkách je jen jedna operace (např. pouze sčítání nebo pouze odčítání).
2. Na kartičkách jsou dvě operace (např. násobení i dělení).
3. Na kartičkách jsou všechny čtyři operace (sčítání, odčítání, násobení, dělení).
4. Na kartičkách jsou jen operace, hledají se dvě kartičky, které mají stejný výsledek, např.:




48
6 · 9
54
3 · 8
24
7 · 7
49
6 · 3
18
45 : 9
5
29 - 18
11
4 · 5
20
3 · 7
60 - 7
21
15 + 8
53
6 · 9
10

Příloha č. 15: Domečky – půda sklep

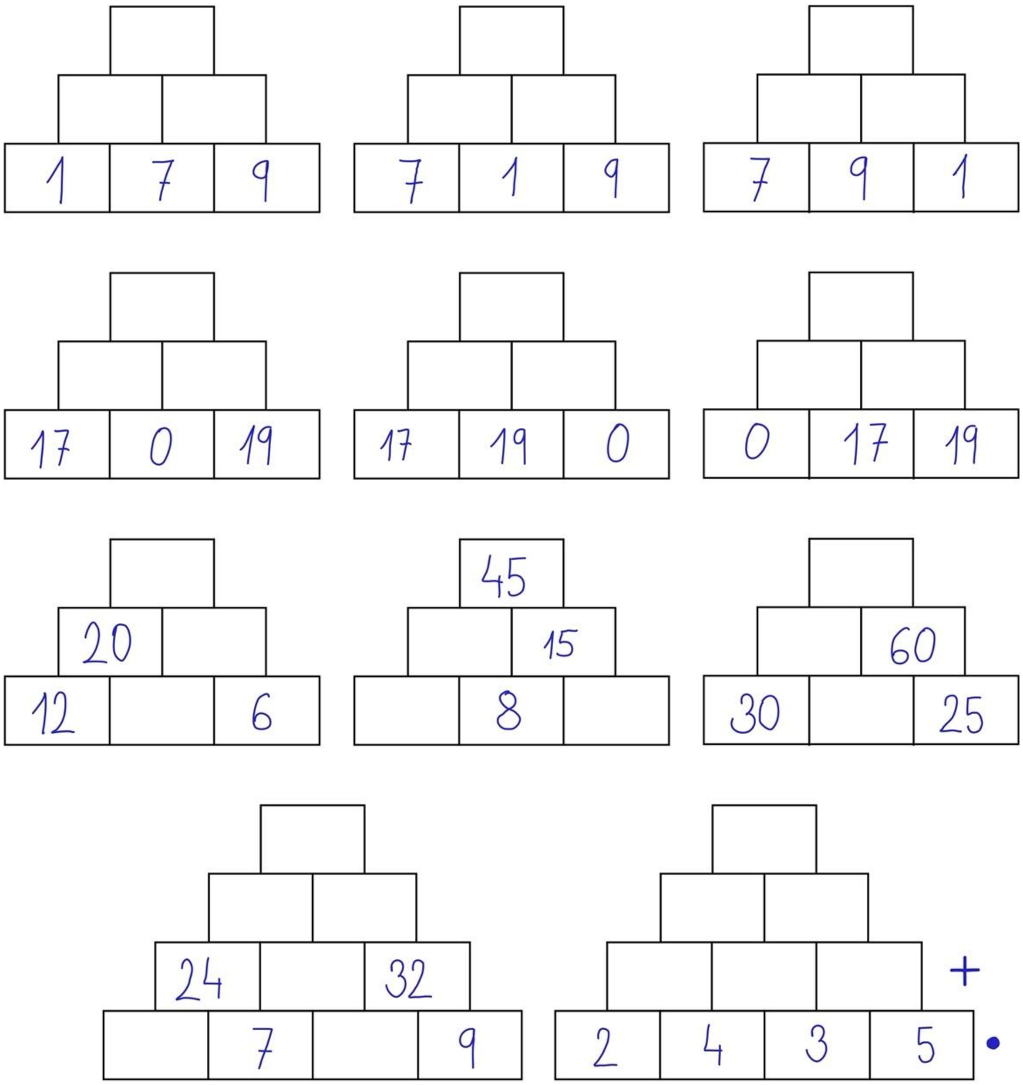
V domečku bydlí dvě čísla. Na půdě se zabydlel jejich součet, ve sklepě jejich rozdíl. Tato dvě čísla si postavila nový domeček. Na půdě se zabydlel jejich součet, ve slepě jejich rozdíl. Tak pokračujeme, až postavíme ulici.



Příloha č. 16: Pyramidy

V pyramidách sčítáme vždy dvě čísla v políčkách vedle sebe a součet zapíšeme do políčka nad nimi. Nabízí se velké množství variant:

1. V dolní části jsou tři políčka.
2. V dolní části jsou čtyři políčka (případně pět).
3. Některá políčka v dolní části nejsou vyplněna.
4. V dolní části jsou vyplněna všechna políčka, každá dvě čísla vedle sebe se vynásobí a v dalších podlažích se čísla sčítají.

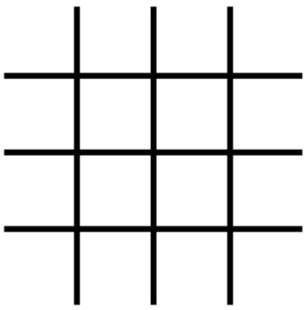


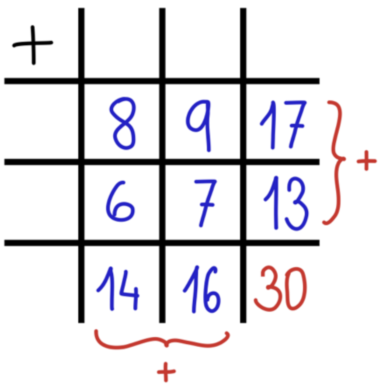
Příloha č. 17: Křížovka se samokontrolou

Křížovka k procvičení sčítání:

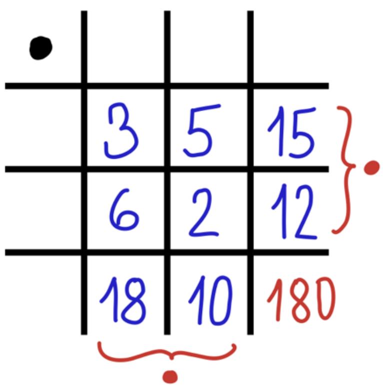
Do políček křížovky se zapíší čtyři zvolená čísla.

1. Čísla sečteme v řádcích.
2. Čísla sečteme ve sloupcích.
3. Vzniklé součty znovu sečteme v řádku a ve sloupci.
4. Pokud jsme dobře počítali, tyto součty se sobě rovnají.





Analogicky můžeme využít křížovku i k procvičení násobení. V tomto případě čísla v řádcích a ve sloupcích násobíme:



Křížovku je možné využít i pro další čísla, např. desetinná, záporná, zlomky.

Příloha č. 18: Práce žáka – zkontrolovat pořadí

Opakujeme, co již umíme

Jméno ________________________________

1. Vypočítej:

$5 \cdot 6 =$ 30 $\quad 3 \cdot 8 =$ 24 $\quad 9 \cdot 6 =$ 54 $\quad 8 \cdot 7 =$ 56

48 : 6 = 7 zb. 2 $\quad$ 27 : 3 = 9 $\quad$ 35 : 7 = 5 $\quad$ 45 : 5 = 9

31 : 4 = 7 zb. 2 $\quad$ 46 : 6 = 8 zb. 2 $\quad$ 19 : 3 = 6 zb. 1

2. Sčítej písemně:

3 452	159 704	856 380
4 234	2 0538	97 577
7686	180242	953957

3. Odčítej písemně:

7 648	43 167	63 415
- 1 235	- 21 798	- 3 776
6413	21369	59639

4. Eliška si koupila dva jogurty a tři tyčinky. Jeden jogurt stál 12 Kč, jedna tyčinka stála 15 Kč. Kolik korun celkem zaplatila?

JOGURT 2 12Kč
TYČINKA 3 15Kč
KOLIK?

$(12 + \overset{27}{15}) + (2 \overset{5}{+} 3) = 32$

ELIŠKA ZA JOGURTY A TYČINKY ZAPLATILA 32KČ

5. Jonáš měl ušetřeno 1 000 Kč. Koupil si Lego za 560 Kč a Pokemony za 199 Kč. Kolik Kč mu zůstalo?

NAŠETŘENO 1000KČ
LEGO 560KČ
POKEMONY 199 KČ
KOLIK?

1000−560=

JONÁŠOVI ZŮSTALO

[redacted]

$14,70 : 6 = 2{,}45$
27
30
0

zk:
245
·6
14,70

$36,15 : 5 = 7{,}23$
11
15
0

zk: 7,23
·5
36,15

[redacted]

2

$\frac{7}{8} + \frac{2}{8} = \frac{9}{8}$ $\quad \frac{9}{29} + \frac{4}{29} = \frac{13}{29}$ $\quad \frac{32}{100} + \frac{6}{100} = \frac{38}{100}$

$\frac{15}{40} - \frac{4}{40} = \frac{11}{40}$ $\quad \frac{90}{1000} - \frac{5}{1000} = \frac{85}{1000}$ $\quad \frac{15}{95} - \frac{8}{95} = \frac{7}{95}$

$\frac{\cancel{20}}{40}$

$\frac{12}{40} + \left(\frac{30}{40} - \frac{15}{40}\right) = \cancel{\frac{32}{40}}$

Bylo naplánováno, že v letech 2016 - 2019 bude vysázeno 1000 stromů. V roce 2016 vysadili $\frac{2}{10}$ z naplánovaného množství, v roce 2017 $\frac{1}{100}$, v roce 2018 $\frac{4}{10}$. Kolik stromů musí ještě vysadit v roce 2019, aby jich bylo celkem 1000, jak bylo plánováno?

rok 2016 ..... $\frac{2}{10}$ $\quad \frac{2}{1\cancel{0}}$ z $100\cancel{0} = 200$

rok 2017 .... $\frac{1}{100}$ $\quad \frac{1}{1\cancel{00}}$ z $10\cancel{00} = 10$

rok 2018 .... $\frac{4}{10}$

rok 2019 ? $\quad \frac{4}{1\cancel{0}}$ z $100\cancel{0} = \cancel{400}$ 700

V roce 2019 budou sázed ~~700~~ stromu

Jméno:

Datum: 15.4.2019 (A)

2

4 km = 4 000 ✓ m
9 dm = 900 ✓ mm
2 km = 20 000 ✓ dm
3 000 dm = 300 ✓ m

50 000 mm = 50 ✓ m
60 000 dm = ~~60~~ km
8 km = 800000 cm
560 m = 56000 ✓ cm

$5 km^2$ = 5000000 ✓ m^2
$20000 mm^2$ = 200 ✓ cm^2
$30000 cm^2$ = ~~300~~ m^2
$6 km^2$ = ~~600000~~ dm^2

$54 dm^2$ = 5400 ✓ cm^2
$4 m^2$ = 40000~~00~~ cm^2
$80000 dm^2$ = 800 m^2
$3 m^2$ = ~~3000000~~00 mm^2

Pracovní list 1

Údaje o městě Brně

1. První zmínka v Kosmově kronice byla uvedena v roce 1091.
2. Hlavním městem Moravy se Brno stalo v roce 1641 po dobytí Olomouce švédskými vojsky.
3. V letech 1643 – 1645 obléhali Brno Švédové. Od té doby se na Petrově zvoní poledne v 11 hodin.
4. Velké Brno vzniklo v roce 1919 připojením okolních obcí.

Vyber si některé z událostí a vypočítej, kolik roků od té doby do dneška uplynulo.

OD PŘIPOJENÍ OKOLNÍCH OPCÍ PROBĚHLO 100 LET ✓

5. Počet obyvatel města Brna v roce 1919 byl 122 000, v roce 2019 je 377 139.

a) O kolik se počet obyvatel zvýšil?

b) Kolikrát (přibližně) se počet obyvatel zvýšil?

− 122 000
377 139
745 139 x

6. V tabulce je uveden počet obyvatel města Brna za posledních pět let.

Rok	2015	2016	2017	2018	2019
Počet obyvatel	377 305 (305)	376 407 (407)	376 857 (857)	376 989 (989)	377 139 (139)

a) Zaokrouhli čísla na tisíce. 377 000 ✓ 376 000 ✓ 377 000 ✓ 377 000 ✓ 377 000 ✓

b) V kterém roce bylo obyvatel nejvíce, v kterém nejméně?

c) Z grafů urči, mezi kterými roky došlo k největší změně.

NEJVÍCE OBYVATEL BILO V 2015 2019

NEJMEN OBYVATL BILO V ROCE 2016, 2017, 2018

K NEJVĚTŠ ZEMĚNE DOŠLO V ROCE 2015 A 2018 x

Růžena Blažková, PdF MU Brno

Pracovní list 2

Doprava v Brně

1. V roce 2019 má dopravní podnik v Brně 306 autobusů, 142 trolejbusů a 303 tramvají. Kolik je to dopravních prostředků celkem?

306
142
448

448
303
751

AUTOBUSŮ 306
TROLEJBUSŮ 142
TRAMVAJÍ 303
CELKEM ?

DOHROMADY MÁ DPMB 751 VOZIDEL

2. Tyto dopravní prostředky jezdí na linkách. Autobusových linek je 58, trolejbusových linek je 13 a tramvajových linek je 11. Kolik je to celkem?

58
13
111

111
11
221

AUTOBUSOVÝCH LINEK 58
TROLEJBUSOVÝCH LINEK 13
TRAMVAJOVÝCH LINEK 11
CELKEM ?

DOHROMADY MÁ DPMB 221 LINEK

3. Jak je to dlouho? Kolik roků uplynulo od té doby do dneška?
První tramvajové vozy tažené koňmi vyjely poprvé v roce 1869.
První parní tramvajová lokomotiva začala jezdit v roce 1884.
První elektrické tramvaje vyjely v roce 1900.
První autobusy se v Brně objevily v roce 1930.
První trolejbus v Brně vyjel v roce 1949.
Od roku 1946 jezdí na brněnské přehradě lodní doprava.

~~1100~~

PRVNÍ ELEKTRICKÁ TRAMVAJ VYJELA PŘED 119 LETY

Růžena Blažková, PdF MU Brno

Pracovní list 3

Moravské zemské muzeum

1. Moravské zemské muzeum bylo založeno císařským dekretem Františka I. v červenci 1817.

MORAVSKO ZEMSKÉ MUZEUM
VZNIKLO PŘED 202 LETI ✓

2. Stavba pavilonu Anthropos byla dokončena v roce 1962, jeho rekonstrukce pak byla dokončena v roce 2006.
   Tradice však sahá do roku 1928, kdy byla na Výstavišti výstava soudobé kultury v Československu.

STAVBA ANTROPOSU BYLA DOKONČEN PŘED 57 LETI ✓
REKONST ~~REKON~~ STRUCE BYLA DOKONČEN PŘED 13 LETI ✓
ANTROPOS NA VÝSTAVIŠTI BYL POSTAVN PŘED 91 LETI ✓

Vysoké školy

V roce 2019 slaví některé brněnské vysoké školy výročí svého vzniku:

Vysoké učení technické	120 roků
Masarykova univerzita	100 roků
Veterinární a farmaceutická univerzita	101 roků
Univerzita obrany	15 roků

V kterém roce tyto školy vznikly?

VYSOKÉ NČENI TECHNICKÉ ~~VZNIKLO V ROCE~~ 1899 ✓
MASARYKONA UNNERZITA 1919 ✓
VETERINÁRNI AFARMACEUTICKA UNIVERZITA 1918 ✓
UNNERZITA OBRANY - 2005

Naše škola

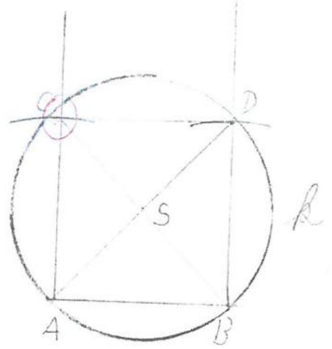
V kterém roce byla postavena budova naší školy? Zapiš také římskými číslicemi.
Co všechno můžeme o naší škole zjistit?

1880

+

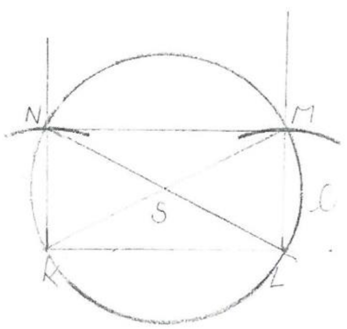
Jméno [redacted] 5.C Datum: 1.10.2019 2

1) Narýsuj čtverec ABCD, a = 3cm a kružnici k čtverci opsanou.



|AB| ≠ 3cm
|BD| ≠ 3cm
|CD| ≠ 3cm

2) Narýsuj obdélník KLMN, |KL| = 4cm, |LM| = 2cm a kružnici l obdélníku opsanou.



Vzdělávání žáků se specifickými poruchami učení – matematika

RNDr. Růžena Blažková, CSc.

Vydala Masarykova univerzita, Žerotínovo nám. 617/9, 601 77 Brno

Jazyková korektura: Mgr. Ondřej Zabloudil Pechník

Návrh obálky: MgA. Štěpán Hulc

1., elektronické vydání, 2020

ISBN 978-80-210- 9930-2

9

MUNI
PRESS

MUNI
PED